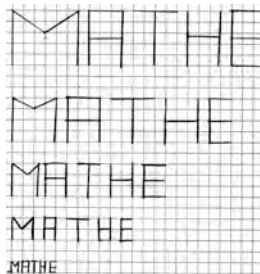


Christoph Selter

„Ich mark Mate“

Leitideen und Beispiele für interessesförderlichen Unterricht



Präsentation zum Mathematik-Modul 7
 Interessen aufgreifen und weiterentwickeln

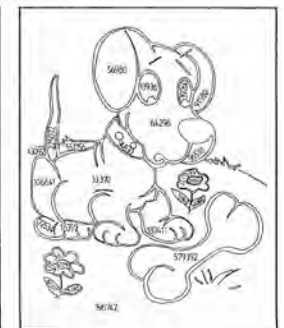
www.mathematik.uni-dortmund.de/didaktik/_personelles/selter

1 Bunte Hunde statt graue Päckchen ?



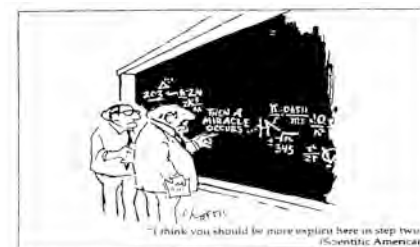
Ausmalen von Blüten

1. 407-143 =	dunkelbraun	14. 302-130 =	gelb
2. 425-152 =	hellbraun	15. 410-340 =	hellgrün
3. 154-134 =	gelb	16. 681-138 =	hellbraun
4. 522-704 =	grau (Blauweiß)	17. 301-207 =	dunkelgrün
5. 235-142 =	hellbraun	18. 329-611 =	hellgrün
6. 425-318 =	orange	19. 203-233 =	gelb
7. 123-97 =	hellbraun	20. 385-241 =	dunkelbraun
8. 232-114 =	dunkelgrün	21. 425-218 =	blau
9. 221-315 =	orange	22. 908-907 =	hellgrün
10. 432-521 =	hellbraun	23. 314-231 =	hellbraun
11. 542-302 =	rot	24. 114-576 =	hellgrün
12. 153-498 =	hellgrün	25. 123-133 =	hellbraun
13. 287-653 =	hellbraun		



Grundfrage: Was ist Mathematik?

„Unecht ist für Dewey die Motivation sowohl dann, wenn Lernaufgaben mit einer äußeren, für die Kinder attraktiven Verpackung oder Einkleidung versehen werden, als auch dann, wenn bei uninteressanten oder gar lästigen Lernaufgaben an die Willensanstrengung und Selbstüberwindung der Kinder appelliert wird“ (Wittmann 1990, 166).



Sichtweise A:

- Geheimwissenschaft
- Rezeptsammlung
- Fertigprodukt
- langweilig



„Die wahre Motivation beruht auf der unzertrennlichen Verbindung zwischen dem sich entwickelnden Kind und der Lernaufgabe, die gewissermaßen in Richtung der Entwicklung liegt und die von dem Kind in Angriff genommen werden muß, wenn es sich selbst treu bleiben will. Wenn diese Verbindung sichergestellt ist, brauchen wir weder an die bloße Willenskraft des Kindes zu appellieren noch uns um eine geeignete Verpackung der Lernaufgabe zu kümmern“ (Dewey 1913/1979, S. 156, zitiert in Wittmann 1990, S. 166).

Sichtweise B:

- menschliche Aktivität
- Wissenschaft von den Mustern
- Prozess
- interessant



2 Interesse – Beziehung zwischen Kind und ‚Sache‘

Einerseits:

- Förderung von Interesse als zentrales Ziel von Schule (vgl. z. B. Richtlinien, Lehrpläne, Bildungsstandards, ...)

Andererseits:

- Existenz von Interesse als lernförderliche Rahmenbedingung, denn interessegestütztes Lernen beeinflusst ...
 - die Qualität des kognitiven Lernergebnisses
 - die emotionale Qualität des Lernprozesses
 - die Bereitschaft zum Weiterlernen
- (vgl. z. B. Prenzel & Lankes 1995, 13).

Leitideen interessesförderlichen Unterrichts Eigenproduktionen

- *nicht*: Denkwege genau vorgegeben, sondern (1) den Lernenden Freiräume für individuelle Lernprozesse gewähren und (2) die notwendige Zielorientierung durch vorstrukturierte Lernumgebungen sicher stellen, Fortschreitende Mathematisierung
- *nicht*: Lernprozesse und Lernergebnisse kontrollierend bewerten, sondern (3) den Lernenden Transparenz verschaffen und (4) ihnen individuelle und sachbezogene Rückmeldungen geben, Substanzielle Aufgaben
- *nicht*: die Kompetenzen der Lernenden unterschätzen, sondern zu deren Weiterentwicklung (5) substanzielle Aufgaben auswählen und (6) eine Atmosphäre der gegenseitigen Akzeptanz aufbauen.

3 Leitideen interessesförderlichen Unterrichts

Leitideen interessehinderlichen Unterrichts

(vgl. z. B. Deci & Ryan 1993; Prenzel 1994, 1329):

- *genaues Vorschreiben von Denkwegen*, Einengen bzw. Entziehen von Spielräumen und Wahlmöglichkeiten,
- *kontrollierende Bewertungen*, die den Lernenden kontinuierlich ihre Defizite vor Augen führen, sowie
- *fehlende Akzeptanz*, die Schüler nicht als lernwillige und kooperationsfähige Personen ernst nimmt.

Leitideen guten Unterrichts

- *nicht*: Denkwege genau vorgegeben, sondern (1) den Lernenden Freiräume für individuelle Lernprozesse gewähren und (2) die notwendige Zielorientierung durch vorstrukturierte Lernumgebungen sicher stellen,
- *nicht*: Lernprozesse und Lernergebnisse kontrollierend bewerten, sondern (3) den Lernenden Transparenz verschaffen und (4) ihnen individuelle und sachbezogene Rückmeldungen geben,
- *nicht*: die Kompetenzen der Lernenden unterschätzen, sondern zu deren Weiterentwicklung (5) substanzielle Aufgaben auswählen und (6) eine Atmosphäre der gegenseitigen Akzeptanz aufbauen.

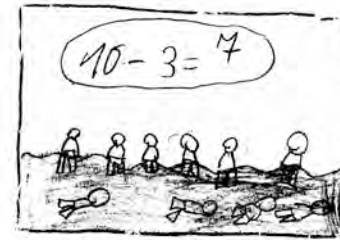
4 Eigenständigkeit ermöglichen – individuell lernen: Eigenproduktionen

Erinnerung:

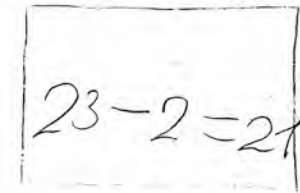
Eigenproduktionen sind mündliche oder schriftliche Äußerungen, bei denen die Schüler selbst entscheiden können, wie sie vorgehen (freie Wahl der **Vorgehensweise**) und/oder wie sie ihr Vorgehen bzw. dessen Ergebnisse **darstellen** (freie Wahl der **Darstellungsweise**).

Es gibt **mündliche** und **schriftliche** Eigenproduktionen. Eigenproduktionen müssen nicht von einem einzigen Schüler erzeugt werden, sondern können durchaus auch als **Gemeinschaftsarbeit** entstehen: Entscheidendes Kriterium ist dabei, dass die Schüler sich – sei es als einzelne, sei es als Gruppe – **produktiv** in den Lehr-/Lernprozess einbringen können. Idealtypisch gibt es **vier Typen** von Eigenproduktionen.

1. Aufgaben erfinden



10 Kinder sind im Wasser
und 3 Kinder Gen Raus

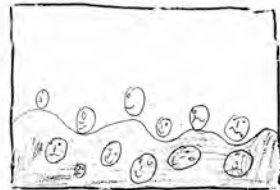


23 Kinder sind
im Wasser
2 Wädel
Kalt

1. Aufgaben erfinden

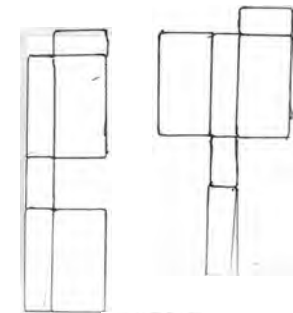
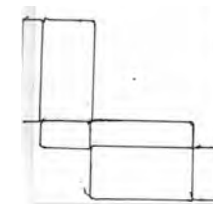
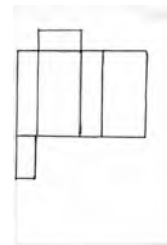


$10 + 8 - 2 = 20$
10 Kinder sind im Wasser 8 Kinder
sind auf der Wiese und 2
Kinder werden
kommen auch ins Wasser
und dann kamen 2 Kinder
in Wasser

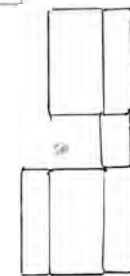
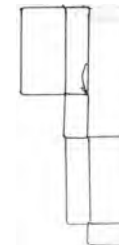
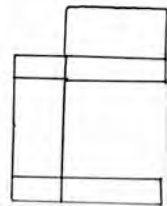


6 Kinder schwimmen
und 6 Kinder tauchen
AB $6 - 6 = 0$

1. Aufgaben erfinden

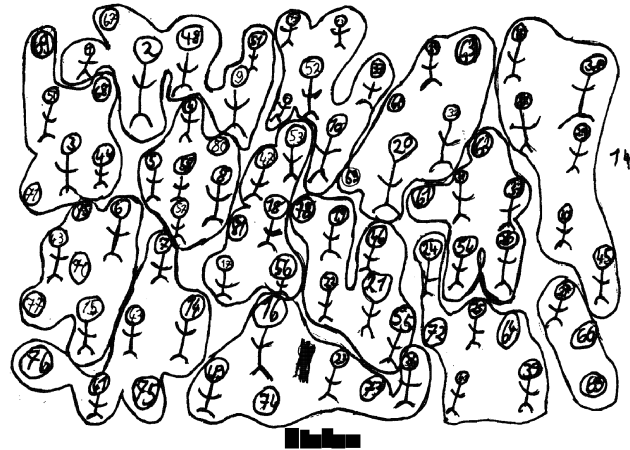


Quadernetz?



2. Aufgaben mit eigenen Vorgehensweisen bearbeiten

81 Eltern sollen an Sechsertischen sitzen.



2. Aufgaben mit eigenen Vorgehensweisen bearbeiten

81 Eltern sollen an Sechsertischen sitzen.



3 Eltern müssen stehen



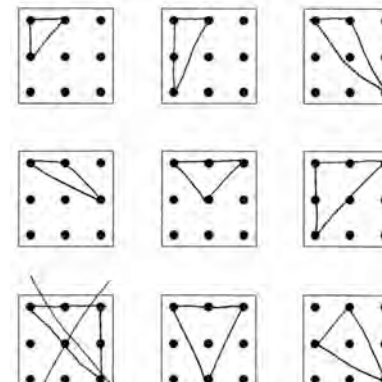
2. Aufgaben mit eigenen Vorgehensweisen bearbeiten

81 Eltern sollen an Sechsertischen sitzen.



2. Aufgaben mit eigenen Vorgehensweisen bearbeiten

Spanne **verschiedene** Dreiecke und zeichne sie ein!



Ich bin von einem Punkt aus
alle Wege gegangen, und finde
8 Stück

3. Auffälligkeiten beschreiben und begründen

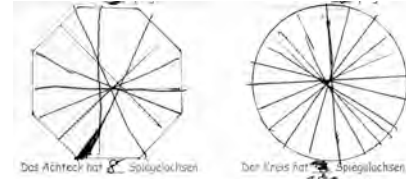
$\begin{array}{r} 12 \\ + 432 \\ \hline 444 \end{array}$	$\begin{array}{r} 123 \\ + 432 \\ \hline 555 \end{array}$	$\begin{array}{r} 234 \\ + 432 \\ \hline 666 \end{array}$	$\begin{array}{r} 345 \\ + 432 \\ \hline 777 \end{array}$	$\begin{array}{r} 456 \\ + 432 \\ \hline 888 \end{array}$	$\begin{array}{r} 567 \\ + 432 \\ \hline 999 \end{array}$	$\begin{array}{r} 678 \\ + 432 \\ \hline 1110 \end{array}$
$\begin{array}{r} 333 \\ - 321 \\ \hline 012 \end{array}$	$\begin{array}{r} 444 \\ - 321 \\ \hline 123 \end{array}$	$\begin{array}{r} 555 \\ - 321 \\ \hline 234 \end{array}$	$\begin{array}{r} 666 \\ - 321 \\ \hline 345 \end{array}$	$\begin{array}{r} 777 \\ - 321 \\ \hline 456 \end{array}$	$\begin{array}{r} 888 \\ - 321 \\ \hline 567 \end{array}$	$\begin{array}{r} 999 \\ - 321 \\ \hline 678 \end{array}$

Es ist immer 111 mehr

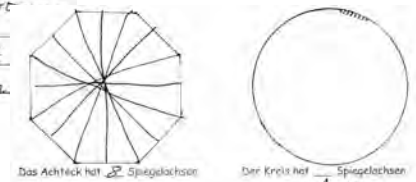
Bei beiden Reihen ist bei den Aufgaben immer 111 mehr.

Die Zahl die Plus genommen wird immer gleich und die Zahlen die Minus genommen wird auch

3. Auffälligkeiten beschreiben und begründen



Was fällt dir auf? Mir fällt auf dass wie das der Gegenstand selber hat kann man den Spiegel stellen



Was fällt dir auf? Es hat viele Spiegellachsen wie es selber hat. Bei dem ungeraden Zahlen geht es immer von Ecke zu Seite. Bei den geraden Zahlen geht es immer von Ecke zu Ecke oder von Seite zu Seite.

4. Sich über den Lehr-/Lernprozess äußern

Ich lehnte der Klasse wie das schriftlich zusammen zählen geht. 5689 Das ist eine einfache 3343 Rechnung. Du rechnest 9111 $9+3+1=13$ Übertragung 1743 13 geht über 10 hinaus und dann die 1 von der 13 weg und schreibst die 1 unter die 7. Und dann rechnest du $8+4+1=13$ Und wenn über 20 geht schreibst du eine 2 unter 3 und etc.

Gestern konnte uns schriftlich zusammenzählen. 56
488
233
Zu erst tut man die 6 und die 8 und die 3 zusammenzählen und das gibt 17 und dann tut man das 1 klein schreiben unter das andere 3. Dann tut man die 5 und die 8 und die 3 und das kleine 1 zusammenzählen. Und das gibt wieder 17 und dann tut man das gleiche machen nur unter das 2 und dann tut man das 1 und das 2 und nach das kleine 1 zusammen zählen und das gibt 4 dann tut man das 4 neben die zwei 7 schreiben.

4. Sich über den Lehr-/Lernprozess äußern

Hallo!!
man muß falten
Es muß das Muster heraus kommen
mache es so
über erst so
die eine Spitze
auf die andere
und dann hast kein Quadrat
mehr ist und
man so
und dann
es in der
mitte form
Kreuz

nein Mann

Geobrett!
Ich habe es so gemacht
also ich habe das vertice Geobrett genommen das vertice habe ich ein weißes Papier genommen und das weiße Papier auf das vertice Geobrett gelegt dann habe ich gestartet wo ein Nagel ist und wo ein Nagel ist habe ich gedrückt das das Papier ein Loch hatte dann habe ich das Geobrett runter genommen und da wo die Nägel waren habe ich die Nagel rein gesteckt

5 Lernprozesse vorstrukturieren – zielorientiert lernen: Von den Erfindungen zur ‚Norm‘

1. Stellen Sie Aufgaben aus Schulbüchern bzw. dem eigenen Erfahrungsschatz Aufgaben / Anregungen zusammen, die die Schülerinnen und Schüler zu Eigenproduktionen anregen können. Welchen Typ von Eigenproduktionen fordern die von Ihnen ausgewählten Aufgaben jeweils heraus?
- *2. Welche Vorteile sehen Sie in der verstärkten Einbeziehung von Eigenproduktionen?
- *3. Welche Nachteile / Schwierigkeiten sehen Sie in der verstärkten Einbeziehung von Eigenproduktionen?

Realistic Mathematics Education (NL)



Treffers



v. d. Heuvel



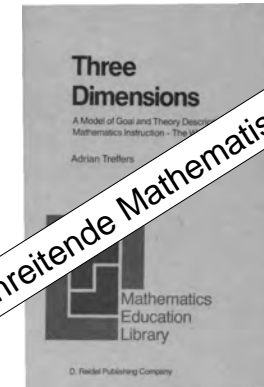
Freudenthal



De Moor



Streefland



Fortschreitende Mathematisierung

Adri Treffers:

Three Dimensions.

Dordrecht: Kluwer-Reidel 1987.

Abb. 1-8*23. Lösungen einer Schülergruppe

Handwritten student solutions for the problem $8 \cdot 23 = ?$. The solutions include:

- $8 \cdot 23 = 8 \cdot 10 + 8 \cdot 10 + 8 \cdot 3 = 160 + 24 = 184$
- $8 \cdot 23 = 184$
- Vertical multiplication: $\begin{array}{r} 23 \\ 8 \\ \hline 24 \\ 160 \\ \hline 184 \end{array}$
- Using the distributive property: $8 \cdot 23 = 8 \cdot (20 + 3) = 8 \cdot 20 + 8 \cdot 3 = 160 + 24 = 184$
- Using the distributive property: $8 \cdot 23 = 8 \cdot (20 + 2 + 1) = 8 \cdot 20 + 8 \cdot 2 + 8 \cdot 1 = 160 + 16 + 8 = 184$
- Using the distributive property: $8 \cdot 23 = 8 \cdot (10 + 10 + 3) = 8 \cdot 10 + 8 \cdot 10 + 8 \cdot 3 = 160 + 160 + 24 = 344$ (Note: This is a student error).
- Using the distributive property: $8 \cdot 23 = 8 \cdot (10 + 10 + 2 + 1) = 8 \cdot 10 + 8 \cdot 10 + 8 \cdot 2 + 8 \cdot 1 = 160 + 160 + 16 + 8 = 344$ (Note: This is a student error).
- Using the distributive property: $8 \cdot 23 = 8 \cdot (10 + 10 + 2 + 1) = 8 \cdot 10 + 8 \cdot 10 + 8 \cdot 2 + 8 \cdot 1 = 160 + 160 + 16 + 8 = 344$ (Note: This is a student error).
- Using the distributive property: $8 \cdot 23 = 8 \cdot (10 + 10 + 2 + 1) = 8 \cdot 10 + 8 \cdot 10 + 8 \cdot 2 + 8 \cdot 1 = 160 + 160 + 16 + 8 = 344$ (Note: This is a student error).

Fortschreitende Mathematisierung ist kein nur auf die schriftlichen Algorithmen beschränktes, sondern ein umfassendes Unterrichtsprinzip!!!

Zu einem Elternabend kommen 81 Eltern. An jedem Tisch können 6 Eltern sitzen. Wie viele Tische werden benötigt?

Eight different student solutions for the problem: "Zu einem Elternabend kommen 81 Eltern. An jedem Tisch können 6 Eltern sitzen. Wie viele Tische werden benötigt?"

1. Oliver: A drawing of 14 tables with 6 chairs each, and 3 parents standing. Text: "3 Eltern müssen stehen".
2. Max: A drawing of 14 tables with 6 chairs each, and 3 parents standing. Text: "3 Eltern müssen stehen".
3. Meike: A drawing of 14 tables with 6 chairs each, and 3 parents standing.
4. Patty: A drawing of 14 tables with 6 chairs each, and 3 parents standing. Text: "Wir brauchen 14 Tische".
5. Maurice: A drawing of 14 tables with 6 chairs each, and 3 parents standing. Text: "Wir brauchen 14 Tische".
6. Fiona: A drawing of 14 tables with 6 chairs each, and 3 parents standing.
7. Claudio: A drawing of 14 tables with 6 chairs each, and 3 parents standing.
8. Stefan: A drawing of 14 tables with 6 chairs each, and 3 parents standing.

Kurzfassung

- Die Schülerinnen und Schülern bearbeiten nicht-triviale, aber auch nicht überkomplexe Aufgaben, die für sie nachvollziehbar sind – häufig, aber nicht immer mit Realitätsbezug; die Lehrerin ermutigt sie dazu, diese ausgehend von ihren individuellen Kompetenzen mit ihren eigenen Methoden zu lösen.
- Die Schüler werden dann in ausgewählten Situationen gebeten, ihre Vorgehensweisen zu dokumentieren und vorzustellen sowie die Vorgehensweisen anderer (fiktiver) Schüler kennen zu lernen und anzuwenden (Anregung zu Reflexion, Kommunikation und Kooperation).
- Die Schüler werden dazu angeregt, ihre eigenen Vorgehensweisen weiterzuentwickeln (z. B. Notationsformen verkürzen, ohne allerdings zu viel Merkaufwand zu erfordern) und über die Besonderheiten (Vor- und Nachteile, was immer auch subjektiv ist) verschiedener Vorgehensweisen nachzudenken.

Wie rechnest du?

$17 \cdot 17 = 289$ $18 \cdot 18 = 324$ $19 \cdot 19 = 361$
 $10 \cdot 17 = 170$ $10 \cdot 18 = 180$ $10 \cdot 19 = 190$
 $7 \cdot 17 = 119$ $8 \cdot 18 = 144$ $9 \cdot 19 = 171$
 $20 \cdot 20 = 400$ ← Das Ergebnis wusste ich schon lange.

$26 \cdot 45 = 1170$

	20	6	.
	80	24	40
	0	0	
	10	30	
	0		5

800
240
100
+ 30
1170

Beispiel:

Von der halbschriftlichen zur schriftlichen Multiplikation

Schrittweise

$27 \cdot 45 = 450 + 450 + 280 + 35 = 1215$
 $10 \cdot 45$
 $10 \cdot 45$
 $7 \cdot 40$
 $7 \cdot 5$

Halbschrift

.	40	5
20	800	100
7	280	35

$100 - 900$
 315
1215

Nepersche Streifen

	4	5	.
	0	8	10
	2	8	3
1	2	1	5

Normalverfahren

$45 \cdot 27$
 90
 315
1215

Wie die Neperschen Streifen funktionieren

Anleitung für den Neperschen Streifen

Als erstes rechnet man:

$2 \cdot 3 = 6$ $5 \cdot 2 = 10$ $3 \cdot 7 = 21$
 $5 \cdot 7 = 35$ $2 \cdot 3 = 6$ $5 \cdot 2 = 10$

und dann rechnet man alles im Neperschen Streifen zusammen!

das geht so:
 $0E = 0E - 6 + 1 \cdot 5 = 02E$
 $0 \cdot 10 + 1 \cdot 3 + 0 = 3E$ $2 \cdot 6 + 1 + 0 = 9E$
 $0 + 0 \cdot 0 + 0 = 0E$

Ergebnis: 09520

	2	7	2	.
	0	4	1	4
	0	2	8	1
1	0	9	5	2

Beispiel: 23

Zusammenhänge zwischen Neperschen Streifen und Normalverfahren

Warum kommt das gleiche raus? Weil man E 2 H stellengerecht untereinander schreibt.

$23 \cdot 93 =$

2	3
8	27
0	69

207
 69
2139

Wenn man es nicht stellengerecht untereinander schreiben würde, würde das Ergebnis nicht stimmen.

Wie geht es am leichtesten?

Wie geht's am leichtesten?

$$3661 \cdot 991 = 3408391$$

3294900
109830
113661
3408391

633.401 · 10 = 6334010

6365 - 981 =

6000 300 60 5
300 18000
80
1

ist doch nicht so leicht

Wie geht's am leichtesten?

$$20583 \cdot 351 = 204633$$

774900
29150
11583
204633

225899 · 10 = 2258990

359 · 55 = 19795

		3	5	9	
		1	2	4	5
		7	5	2	4
		7	5	2	4
		7	5	2	4
7	9	7	4	5	5

39 · 48 = 1872

30 · 40 = 1200

9 · 8 = 72

9 · 40 = 360

9 · 8 = 72

1872

Rechne auf verschiedenen Wegen

165 · 7 = 1155

100 · 7 = 700

60 · 7 = 420

5 · 7 = 35

		7	6	5
		7	7	4
				35
				1155

		7	6	5
		7	4	3
		7	5	7
		7	5	7

165 · 7

1155

Mein Lieblingsverfahren ist schriftlich Multiplizieren weil dieses Verfahren am leichtesten ist. Es ist am leichtesten weil man nur mit dem Bleinen 1x1 rechnen muss.

Beispiel: Halbschriftliche Division

Beim Schulfest wurden 956 Euro eingenommen. Das Geld wird auf vier Klassen verteilt.

1 Wie rechnest du diese Aufgabe? Schreibe deinen Lösungsweg so auf, dass die anderen Kinder ihn verstehen können.

800 : 4 = 200

80 : 4 = 20

866 : 4 = 216,5

36 : 4 = 9

4024 = 10

1 Wie rechnest du diese Aufgabe? Schreibe deinen Lösungsweg so auf, dass die anderen Kinder ihn verstehen können.

956 : 4 = 239

448

224 = 239

1 Wie rechnest du diese Aufgabe? Schreibe deinen Lösungsweg so auf, dass die anderen Kinder ihn verstehen können.

956 : 4 = 239

800 : 4 = 200

156 : 4 = 39

200 + 39 = 239

Ich habe eine einfache Aufgabe aufgeteilt

1 Wie rechnest du diese Aufgabe? Schreibe deinen Lösungsweg so auf, dass die anderen Kinder ihn verstehen können.

356 : 4 = 239

300 : 4 = 75

56 : 4 = 14

75 + 14 = 89

89 + 150 = 239

6 Substantielle Aufgaben auswählen – bedeutungsvoll lernen: Weniger ist manchmal mehr

Lieber wenige gute Aufgabenfelder bzw. Lernkontexte ausführlich und über die verschiedenen Schuljahre hinweg mit unterschiedlichen Fragestellungen immer wieder (neu) behandeln als viele isolierte Aufgaben abarbeiten.

Rechtecks-Zahlen

Reihe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	20
Anzahl	2	6	12	20	30	42	56	72	90	110	132	156	182	210

1 Bilde weitere Figuren und fülle die Tabelle aus
2 Wie wächst die Anzahl der Würfel? Beschreibe deine Beobachtungen

Forscherfeld

Wir haben uns eine Maltafel gedacht und immer weiter gerechnet, bis die Aufgabe 20 · 21 = 420

- Gruppieren Sie die Lösungswege der Kinder: Welche sind sich ähnlich? Warum?
- Beginnen Sie mit der Planung einer Unterrichtsreihe, in deren Zentrum die Weiterentwicklung der Strategien der **halbschriftlichen** Division der einzelnen Kinder steht.

Mit Würfeln bauen und Zahlenfolgen

Aufgaben für die Nummern 1 bis 3:

- Bauen Sie die Würfelgebilde und füllen Sie die Tabelle aus.
- Wie viele Würfel kommen jeweils hinzu? Gesetzmäßigkeit? Begründung?
- Wie viele Würfel werden für die Höhe n jeweils benötigt?

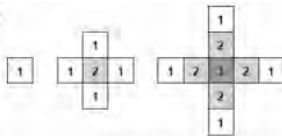
1. Treppen



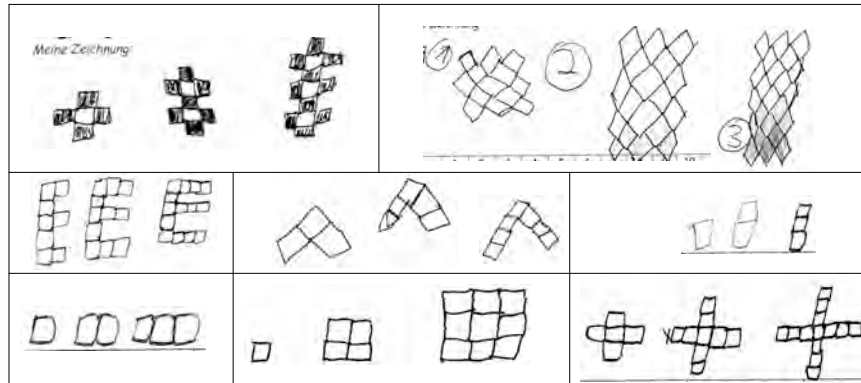
Höhe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			20
Anzahl													

2. Doppeltreppen

Sich kreuzende Doppeltreppen

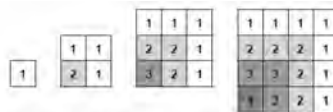


Höhe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			20
Anzahl													



Quadratzahlen, Türmchenzahlen, E-Zahlen, Sternzahlen, Schlangenzahlen, Zopfzahlen, Leiterzahlen, Eckenzahlen

*3. Würfelgebirge



Höhe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			20
Anzahl													

*4. _____

Erfinden Sie selbst eine Folge von Figuren und füllen Sie die Tabelle aus.

Höhe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			20
Anzahl													