



Fachtag Mathematik in Erfurt, 17.08.2023

Flexibles Rechnen

- mit allen Kindern von Anfang an?!

Workshop zur Multiplikation und Division

Prof. Dr. Charlotte Rechtsteiner

Geplante Inhalte

- Blitzlicht stoffdidaktische Hintergründe Multiplikation und Division
- Erprobung von Aktivitäten zur Zahlenblickschulung
 - Multiplikation
 - Division
- Diskussion und Reflexion an exemplarischen Beispielen

FLEXIBLES RECHNEN ENTWICKELN

INHALTLICHE HINTERGRÜNDE - MULTIPLIKATION



Multiplikation

- grundsätzliche Überlegungen

- Ganzheitliche Herangehensweise und nicht Reihe für Reihe, um...
 - ... Zusammenhänge zu verstehen
 - ... Einblicke in Ableitungen zu ermöglichen
 - ... um das Automatisieren anzubahnen und zu erleichtern
 - ... entdeckendes Lernen zu ermöglichen
 - ... allen Kindern Verstehen zu ermöglichen
 - ...
- Aufbau von Grundvorstellungen und Operationsverständnis VOR der Automatisierung
- KEIN Auswendiglernen von Reihen in Klasse 2!!! (siehe Bp)

(u. a. Gaidoschik, 2014)

Multiplikation

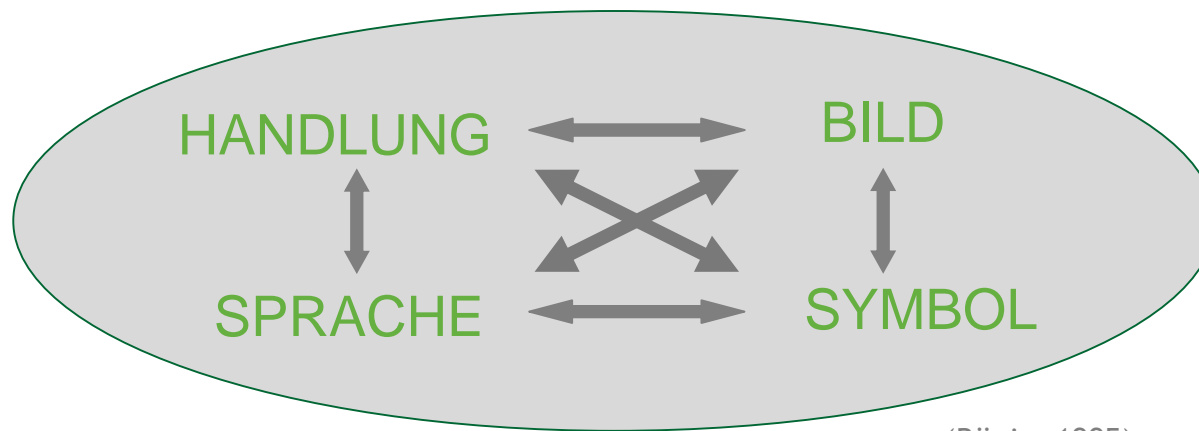
- grundsätzliche Überlegungen

- Voraussetzungen für das Verstehen der Multiplikation:
 - Zahlverständnis (inkl. Stellenwertverständnis)
 - Operationsverständnis
 - sicheres Addieren und Subtrahieren
- Hinführung zur Multiplikation und Division trennen

„Wir verlieren also keine Zeit, sondern gewinnen für die Kinder deutlich erhöhte Lernchancen, wenn wir das Dividieren erst dann zum Thema machen, wenn alle Kinder bereits Sicherheit im Multiplizieren erlangt haben.“ (Gaidoschik, 2014, 26)

Multiplikation

- Operationsverständnis und Grundvorstellungen

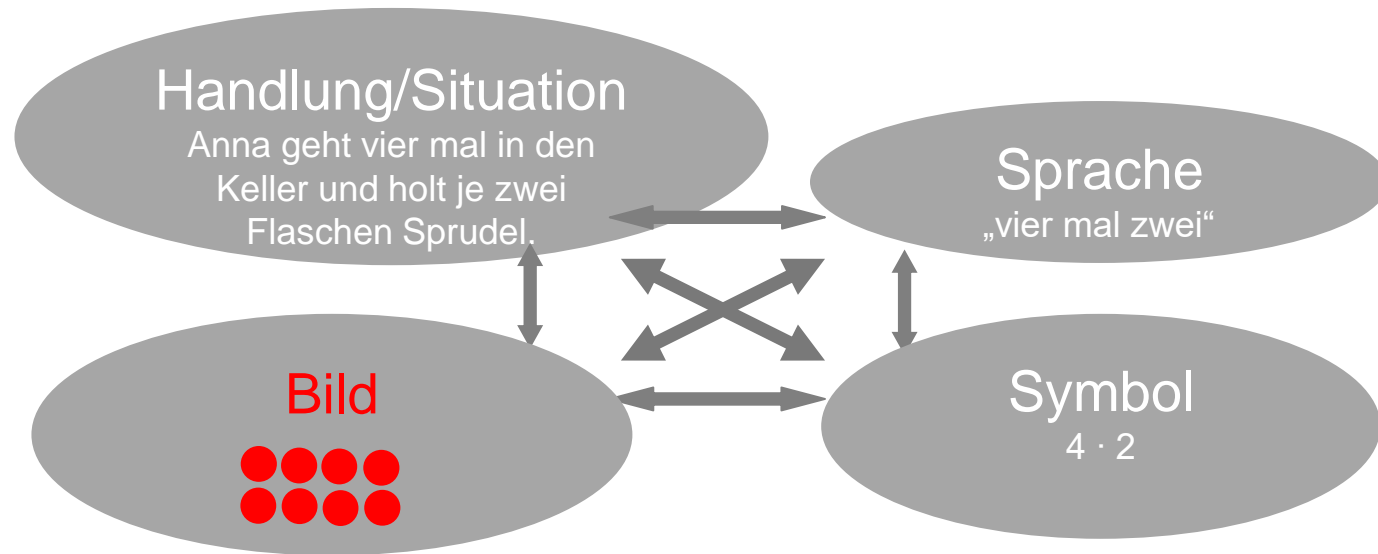


(Bönig, 1995)

Operationsverständnis zeigt sich in der Fähigkeit, zwischen den verschiedenen Sprachen [Repräsentationsebenen] hin- und herübersetzten zu können (vgl. Gerster & Schultz, 2004, 351)

Multiplikation

- Operationsverständnis und Grundvorstellungen



Grundvorstellungen der Multiplikation

- zeitlich-sukzessiver Aspekt - wiederholen
- räumlich-simultaner Aspekt - zusammenfassen
- Vergleichsaspekt - vergleichen
- kombinatorischer Aspekt - kombinieren

(Selter & Zannetin, 2018)

Multiplikation - Lösungsmöglichkeiten

- Fortgesetzte Addition
 $7 \cdot 5 = 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5$
- Aufzählen der Einmaleinsreihe
 $7 \cdot 5 = 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35$
- Nutzen strategischer Werkzeuge
- Abrufen von Fakten

Multiplikation

- Königsaufgaben und strategische Werkzeuge

Lösen über...

- Verdoppeln

$$4 \cdot 8$$

- Nachbarschaftsbeziehungen

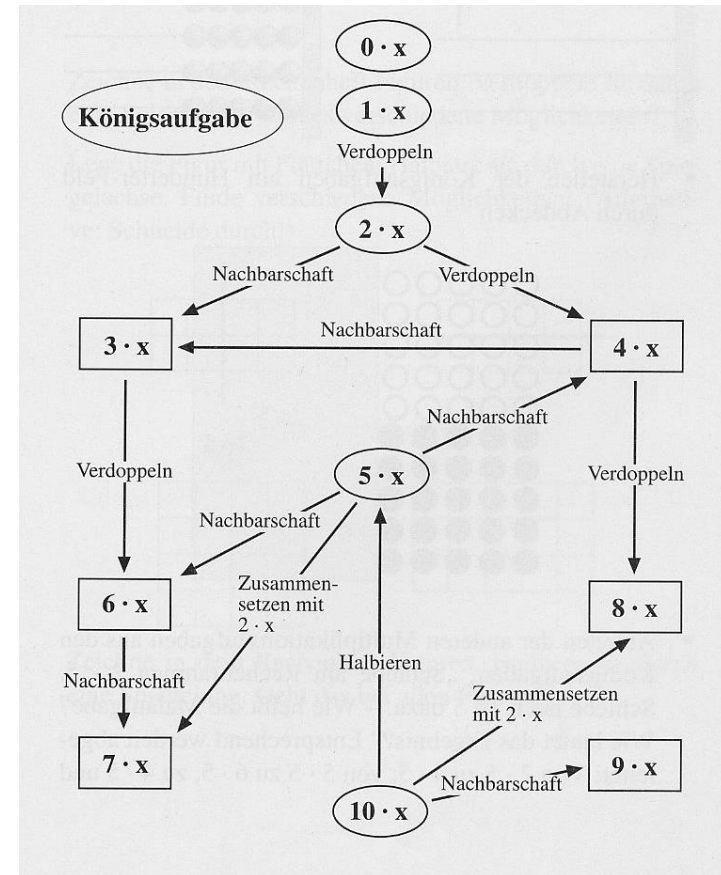
$$9 \cdot 7$$

- Zerlegen und Zusammensetzen

$$8 \cdot 7$$

- Tauschen

$$9 \cdot 3$$



(Radatz u. a. 1998, 87)



strategisches Werkzeug	großes 1x1	kleines 1x1	mathematisches Gesetz
Zerlegen eines Faktors			
Additives Zerlegen	$4 \cdot 18 =$ $4 \cdot 10 + 4 \cdot 8$	$8 \cdot 7 =$ $10 \cdot 7 - 2 \cdot 7$	Distributivgesetz
Multiplikatives Zerlegen	$19 \cdot 30 =$ $19 \cdot 3 \cdot 10$	$8 \cdot 7 = 2 \cdot 4 \cdot 7$	Assoziativgesetz
Zerlegen mehrerer Faktoren	$17 \cdot 15 = 10 \cdot 10 +$ $10 \cdot 5 + 7 \cdot 10 + 7 \cdot$ 5	$8 \cdot 7 = 5 \cdot 5 +$ $5 \cdot 2 + 3 \cdot 5 +$ $3 \cdot 2$	Distributivgesetz
Zusammensetzen			Distributivgesetz
Rückgriff auf eine Hilfsaufgabe			
Nutzen einer Aufgabe in der Nähe	$11 \cdot 18 \rightarrow 10 \cdot 18$	$6 \cdot 8 \rightarrow 5 \cdot 8$	
Verändern durch Tauschen		$8 \cdot 6 = 6 \cdot 8$	Kommutativität
Gegensinniges Verändern	$8 \cdot 16 = 4 \cdot 32$ $= 2 \cdot 64 = 128$	$8 \cdot 7 = 4 \cdot 14 =$ $2 \cdot 28 = 56$	Konstanz des Produkts
Analogie	$30 \cdot 8 = 240$, denn $3 \cdot 8 = 24$		

Multiplikation

- strategische Werkzeuge

Vorteile:

- auch beim großen Einmaleins anwendbar
- Einsicht in multiplikative und operative Beziehungen
- knüpfen an bekannte Strategien an
- tragen zum wirksamen Einprägen von Einmaleinssätzen bei

FLEXIBLES RECHNEN ENTWICKELN

INHALTLICHE HINTERGRÜNDE - DIVISION



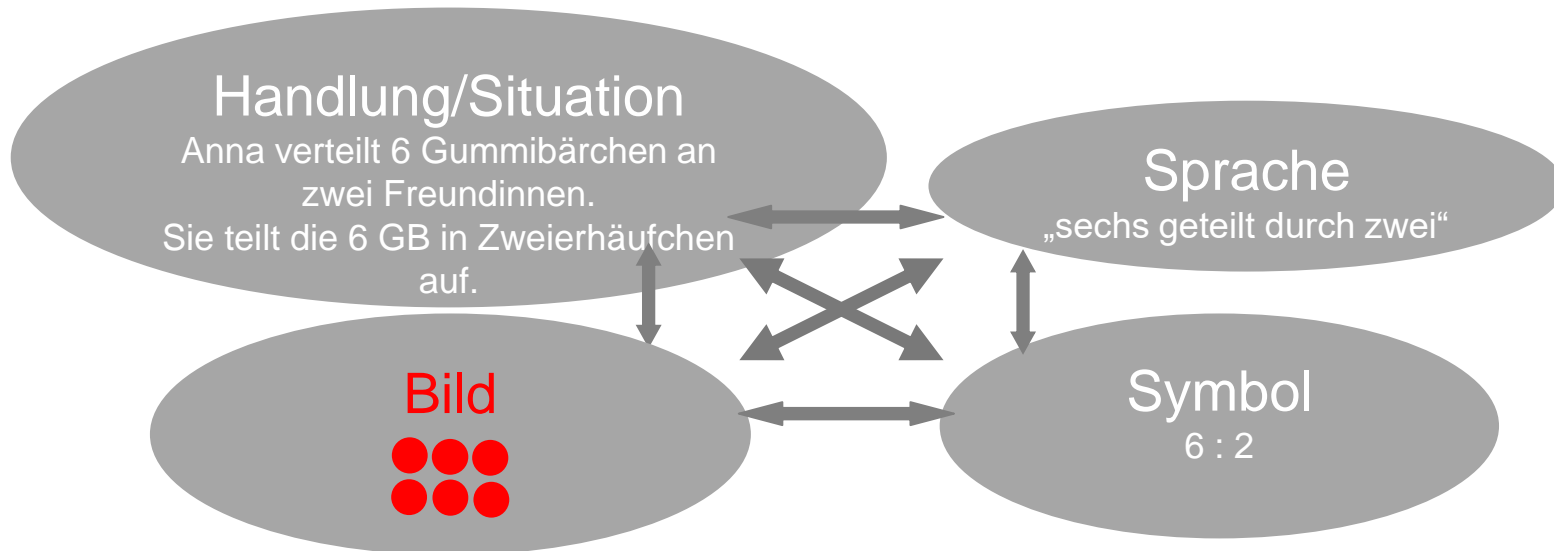
Division

- grundsätzliche Überlegungen

- zahlreiche Handlungserfahrungen zum Aufteilen und Verteilen - Unterschiede klären
- Handlungen protokollieren und daraus die Schreib- und Sprechweise der neuen Operation entwickeln
- Verbindungen zwischen Multiplikation und Division schaffen
- Thematisierung der Division mit Rest von Anfang an - als Normalfall, nicht als Sonderfall!

Division

- Operationsverständnis und Grundvorstellungen



- Grundvorstellungen der Division
 - Verteilen
 - Aufteilen

Division

- Lösungsmöglichkeiten

- Fortgesetzte Subtraktion

$$20 : 4 = 20 - 4 - 4 - 4 - 4 - 4$$

- Aufzählen der Einmaleinsreihe und Mitzählen

$$64 : 8 \qquad 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64$$
$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8$$

- strategische Werkzeuge
- Abrufen von Fakten

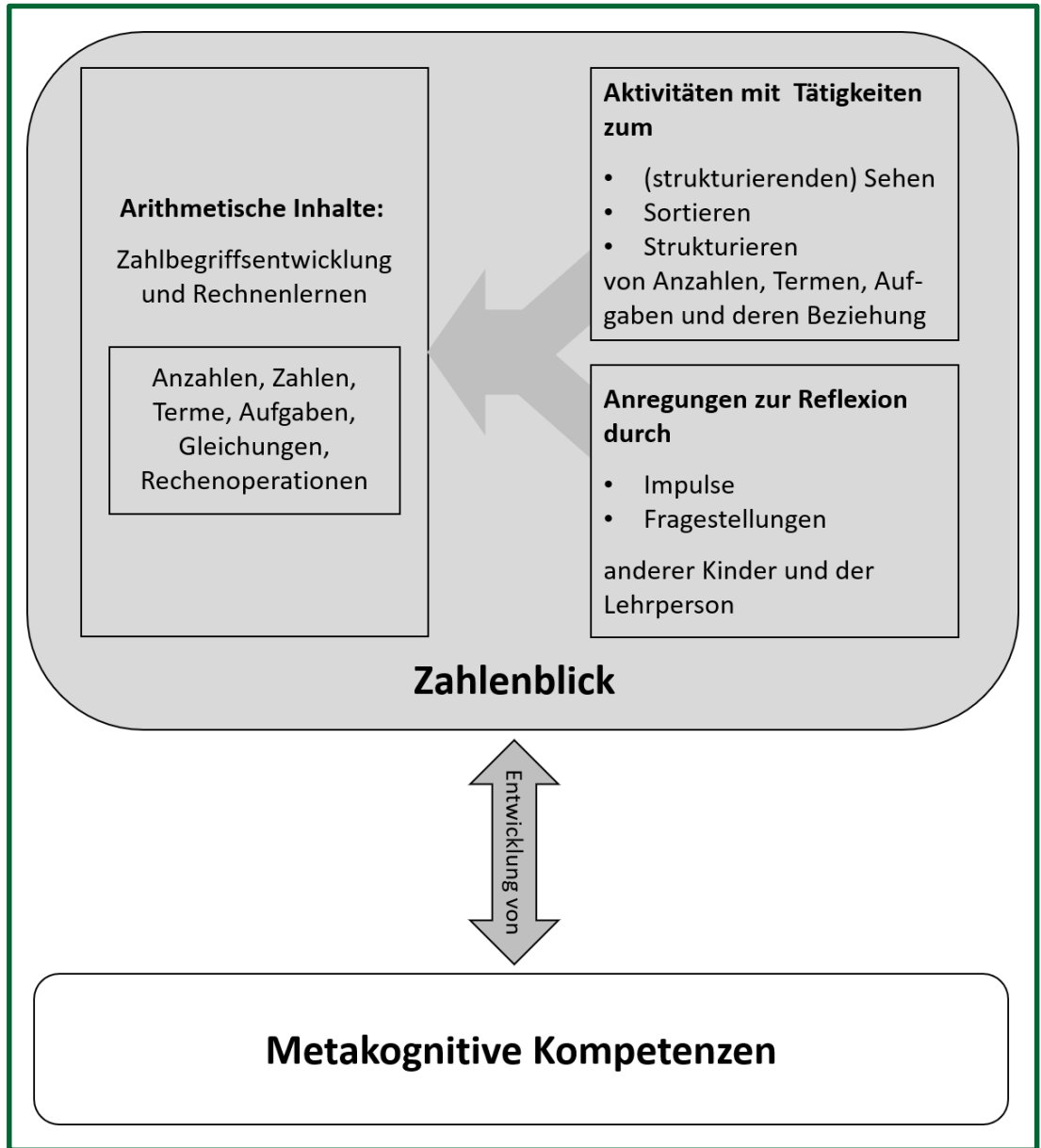
FLEXIBLES RECHNEN ENTWICKELN

MULTIPLIKATION, DIVISION UND ZAHLENBLICKSCHULUNG



Zahlenblicksschulung

- Reminder

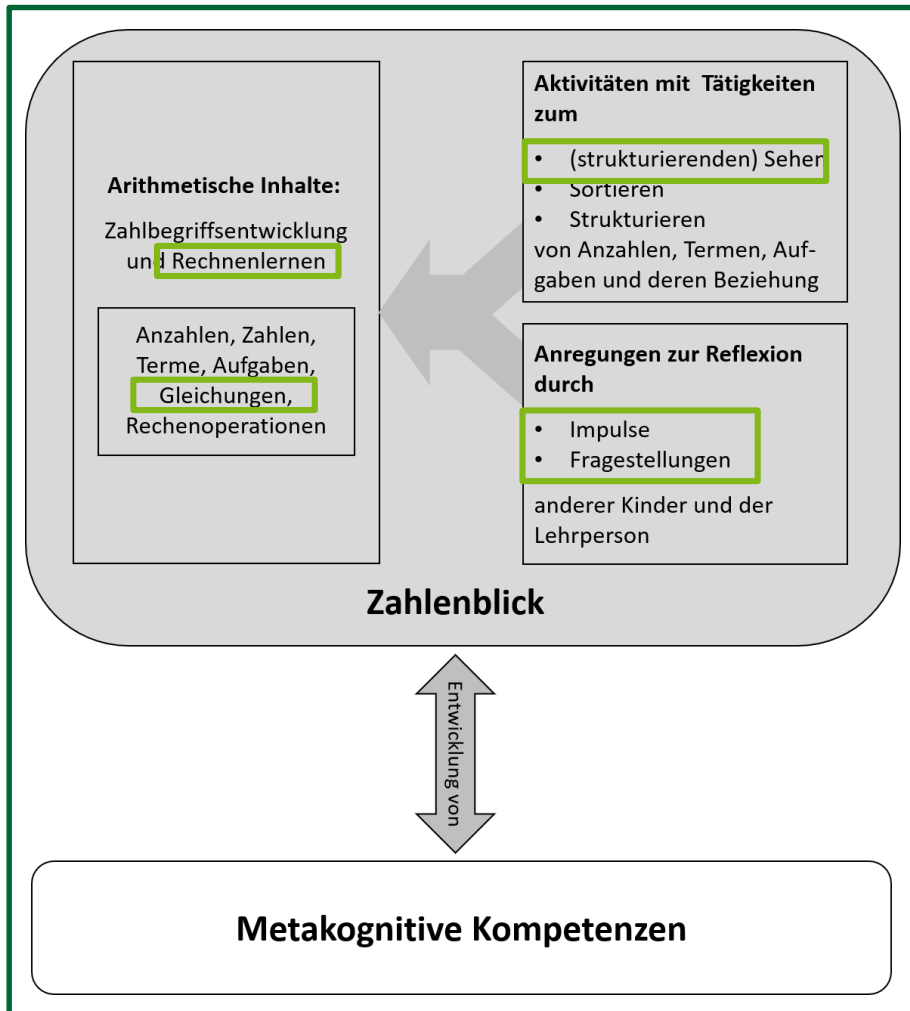


(modifiziert nach Rechtsteiner-Merz, 2013,
Rechtsteiner & Scheffknecht, 2023;
Rechtsteiner, 2020 a und b)

Aktivität

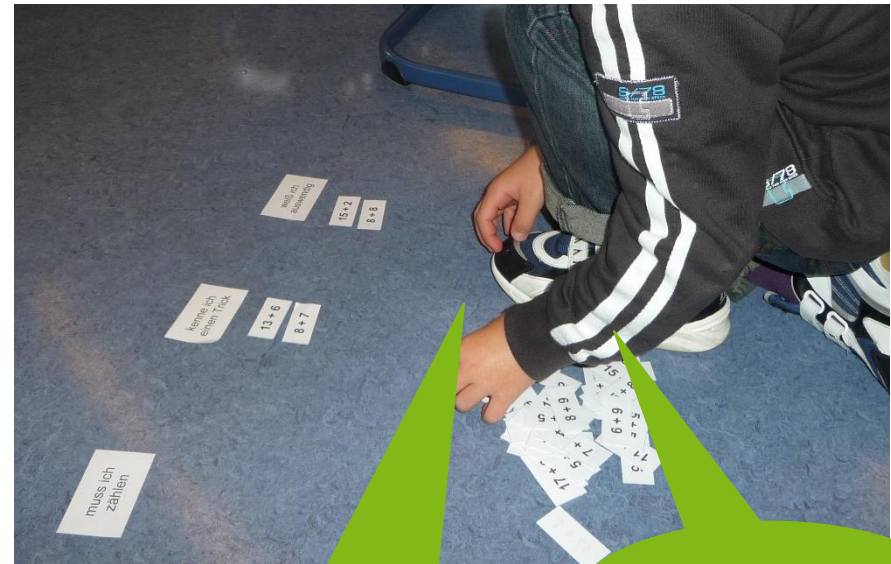
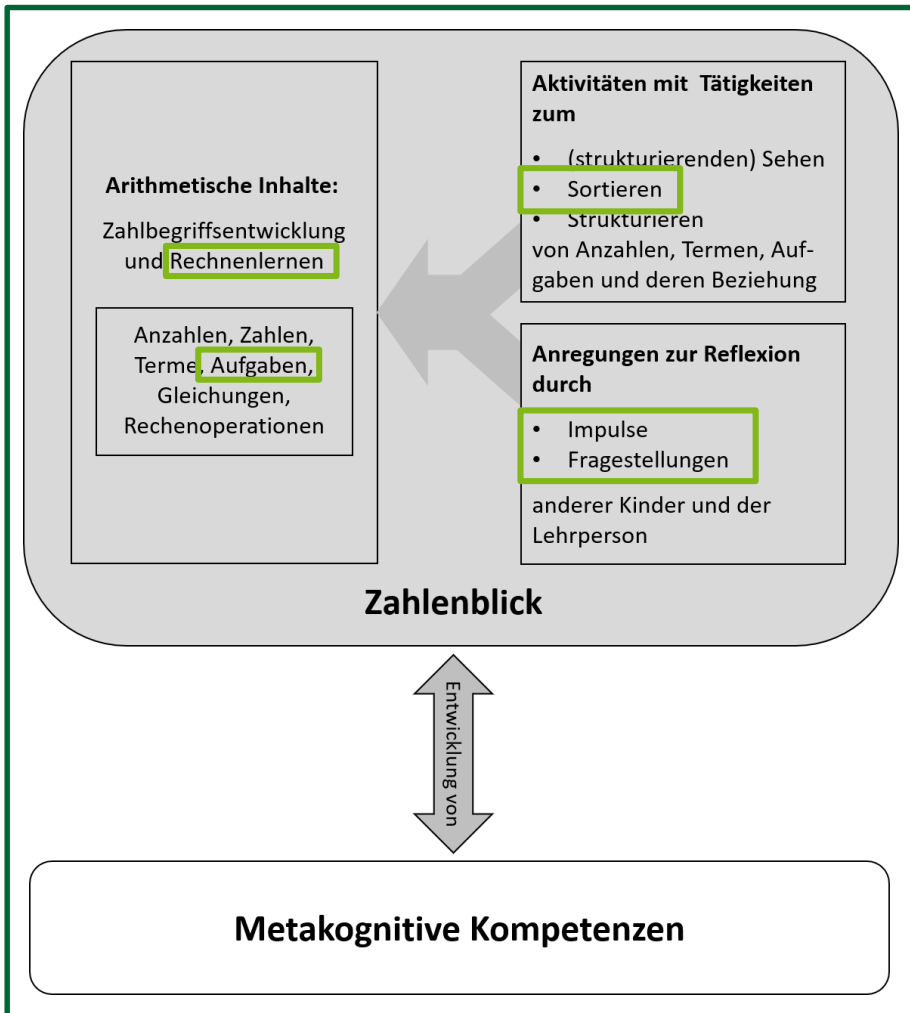
- Probieren Sie im Tandem die verschiedenen Aktivitäten aus.
 - Bearbeiten Sie diese zunächst aus der Sicht eines Kindes,
 - diskutieren Sie anschließend und
 - lesen Sie erst dann die Rückseite der Karte.
- Denken Sie über folgende Fragen nach:
 - Wie wird der Blick für Beziehungen angeregt?
 - Handelt es sich um eine Tätigkeit des (strukturierenden) Sehens, Sortierens oder Strukturierens (oder eventuell um Verknüpfungen)?
 - Mit welchen Impulsen und Fragestellungen könnten Sie den Blick auf Zahl- und Aufgabenmerkmale lenken?
 - Wodurch werden metakognitive Kompetenzen entwickelt?

Zahlenblicksschulung - Beispiele



Geht das ohne zu rechnen?

Zahlenblicksschulung - Beispiele

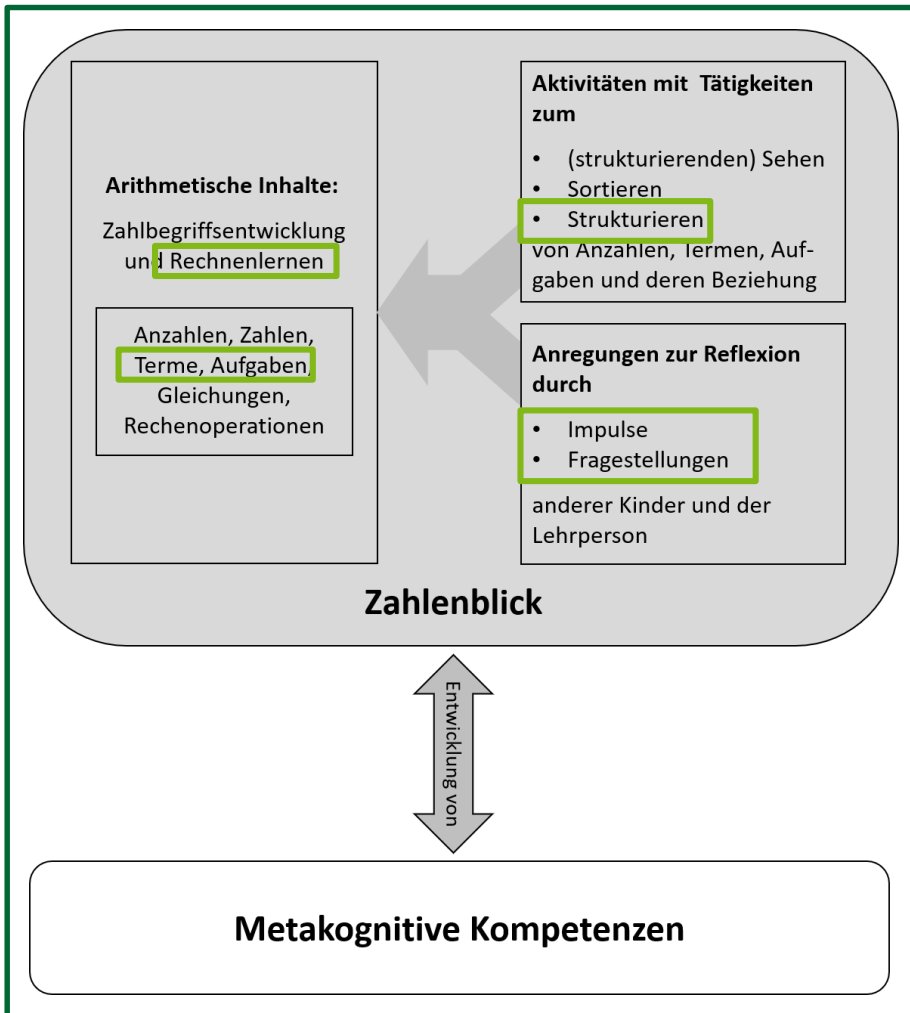


Helfen leichte Aufgaben beim Lösen der schwierigen?

Warum?

(Rathgeb-Schnierer & Rechtsteiner, 2018; Rechtsteiner & Rathgeb-Schnierer 2020)

Zahlenblicksschulung - Kombi-Gleichungen



Warum passen die so zusammen?
Wie kannst du das beweisen?

(Rathgeb-Schnierer & Rechtsteiner, 2018; Rechtsteiner, 2014, 2020)

HERZLICHEN DANK FÜR IHRE UND EURE AUFMERKSAMKEIT!

rechtsteiner@ph-ludwigsburg.de



Literatur

- Bönig, D. (1995). Bönig, Dagmar (1995). *Multiplikation und Division. Empirische Untersuchungen zum Operationsverständnis bei Grundschulern*. Münster, New York: Waxmann.
- Gaidoschik, M. (2014). *Einmaleins verstehen, vernetzen, merken. Strategien gegen Lernschwierigkeiten*. Seelze: Kallmeyer, Klett.
- Gerster, H.-D. & Schultz, R. (1998). *Schwierigkeiten beim Erwerb mathematischer Konzepte im Anfangsunterricht. Bericht zum Forschungsprojekt Rechenschwäche - Erkennen, Beheben, Vorbeugen*. Freiburg i. B.: Pädagogische Hochschule Freiburg.
- Radatz, H., Schipper, W., Dröge, R., Ebeling, A. (1998). *Handbücher Mathematik: Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen: 2. Schuljahr*. Schroedel Verlag.
- Rathgeb-Schnierer, E. & Rechtsteiner, Ch. (2018). *Rechnen lernen und Flexibilität entwickeln*. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum.
- Rechtsteiner, Ch. (2020a). Schulung des Zahlenblicks. Flexibles Rechnen bei Multiplikation und Division. *Grundschule Mathematik*, Heft 66, S. 2-3.
- Rechtsteiner, Ch. (2020b). Flexibles Rechnen anregen. Multiplizieren, Dividieren und die Schulung des Zahlenblicks. *Grundschule Mathematik*, Heft 66, S. 32-35.
- Rechtsteiner, Ch. & Scheffknecht, M. (2023). Die Schulung des Zahlenblicks bei der Ablösung vom Zählen - eine qualitative Einzelfallstudie zu Beziehungen, Strukturen und Rechnenlernen (BeSteR). *mathematica didactica* 46, 1-22. <https://doi.org/10.18716/ojs/md/2023.1674>

Literatur

- Selter, Ch. & Zannetin, E. (2018). *Mathematik unterrichten in der Grundschule. Inhalte - Leitideen - Beispiele*. Hannover: Kallmeyer, Klett.
- Steidle, D. & Rechtsteiner, Ch. (2023). Kombigleichungen mit Multiplikationsaufgaben. Kinder entdecken und erkennen Aufgabenbeziehungen im Bereich der Malaufgaben. *Grundschule Mathematik*, Heft 79.