



# sketchometry

## Herausgeber

Universität Bayreuth

Forschungsstelle für Mobiles Lernen mit digitalen Medien  
sketchometry

Universitätsstraße 30

95447 Bayreuth

## Internet

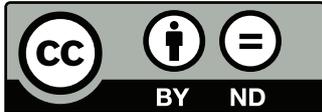
<http://heftreihe.sketchometry.org>



## Lizenz

Diese Publikation ist unter folgender Lizenz erschienen:

<http://creativecommons.org/licenses/by-nd/4.0/>



## Titel

sketchometry

## Heft

6

Der Winkelhalbierenden auf der Spur – Ein Einstieg

## Autor

Christian Schäfer

Universität Bayreuth

Bayreuth

## Überarbeitung

Carolin Gehring

Universität Bayreuth

Bayreuth

## Erscheinungsjahr

2015

## ISSN

2364-5520

## Vorwort

Seit mehr als 20 Jahren gehören Konzepte zum Einsatz digitaler Medien im Mathematikunterricht zu den Forschungsschwerpunkten des Lehrstuhls für Mathematik und ihre Didaktik. Es geht dabei vor allem um die Entwicklung dynamischer Mathematiksoftware und um die Erprobung zugehöriger Unterrichtskonzepte. Erfolgreiche Projekte sind die Softwareprodukte GEONET (1995–1999) und GEONEX<sub>T</sub> (1999–2013), die Grafikbibliothek JSXGraph (seit 2007) sowie die innovative gestengesteuerte Software sketchometry (seit 2011). All diese Aktivitäten werden seit 2013 durch die Forschungsstelle *Mobiles Lernen mit digitalen Medien* der Universität Bayreuth gebündelt.

## Modellversuch

In einem Modellversuch erproben Lehrkräfte den Einsatz von sketchometry an zwei Bayreuther Schulen. Die Forschungsstelle Mobiles Lernen mit digitalen Medien stellt dazu zwei Klassensätze Tablets und die zugehörige Infrastruktur zur Verfügung. Mitglieder der Forschungsstelle unterstützen die beteiligten Lehrkräfte sowohl inhaltlich als auch technisch. Zudem findet eine begleitende Evaluation statt.

Am Markgräfin-Wilhelmine-Gymnasium wird bereits seit Frühjahr 2013 im Geometrieunterricht der Jahrgangsstufe 7 regelmäßig mit sketchometry gearbeitet. Die Schule wurde dafür mit 15 Tablets (Apple iPad, 4. Generation) ausgestattet. Zwei Schülerinnen und Schüler „teilen“ sich jeweils ein Tablet. Darüber hinaus haben sie die Möglichkeit, ihre Bildschirminhalte drahtlos an einen Projektor zu übertragen. Im Klassenzimmer steht zudem eine elektronische Tafel mit einem Computer bereit.

An der Johannes-Kepler-Realschule werden seit Anfang 2015 Tablets (insgesamt 20 Geräte, Samsung Galaxy Tab 4) mit sketchometry in siebten, achten und neunten Klassen im Geometrieunterricht eingesetzt. Auch hier arbeiten je zwei Schülerinnen bzw. Schüler zusammen an einem Tablet. Die Bildschirminhalte können ebenfalls drahtlos zu einem Projektor übertragen werden. Damit sind sowohl die Lehrkräfte als auch die Schülergruppen in der Lage, ihre Ergebnisse der gesamten Klasse zu präsentieren.

Die Erfahrungen und Ergebnisse der Schulversuche werden unmittelbar bei der Weiterentwicklung der Software, der Konzepte für den Unterrichtseinsatz sowie bei der Erstellung von Unterrichtsmaterialien berücksichtigt.



## Unterrichtsbeobachtungen

Die Mitglieder des sketchometry-Teams besuchen regelmäßig die Klassen des Modellversuchs, um den Einsatz von sketchometry live mitzuerleben.

Darüber hinaus hatten Studierende im Rahmen eines Seminars (Lehramtsausbildung im Fach Mathematik an der Universität Bayreuth) die Gelegenheit, Geometriestunden mit Tableteinsatz an den beiden Bayreuther Schulen zu erleben. Aus diesen Beobachtungen entstanden Unterrichtsprotokolle, die einen Einblick in die Arbeit der Schülerinnen und Schüler mit sketchometry gewähren.

## Praxisbericht

Der folgende Praxisbericht gibt einen Einblick in eine Geometriestunde mit sketchometry in einer achten Klasse der Johannes-Kepler-Realschule in Bayreuth.

## Der Winkelhalbierenden auf der Spur

### Ein Einstieg

Die folgenden Beobachtungen einer Unterrichtseinheit mit sketchometry stammen aus dem Mathematikunterricht einer achten Klasse der Johannes-Kepler-Realschule in Bayreuth.

Die Unterrichtsstunde startet mit einer kurzen Wiederholung der vorangegangenen Stunde, wobei eine Schülerin an der Tafel mit Kreide und Lineal eine Mittelparallele skizziert und die in der letzten Einheit durchgenommene Definition wiederholt. Anschließend werden die Hausaufgaben kontrolliert. Hierfür hat eine Schülerin die Aufgaben auf Folie bearbeitet und stellt diese nun vor der Klasse vor.

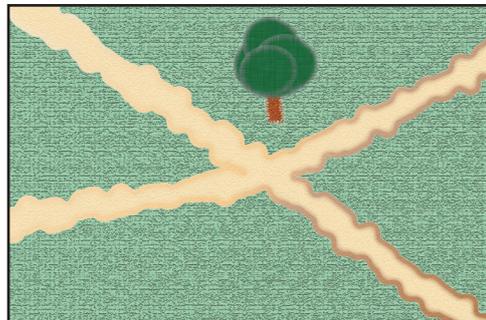
### Aufgabenstellung

Zu Beginn der Tabletphase bekommen je zwei Schülerinnen und Schüler ein Tablet zugewiesen. Sie erhalten den Auftrag, sketchometry zu öffnen, ihren Namen auf ein leeres Zeichenfeld zu schreiben und danach die Tablets mit dem Display nach unten auf den Tisch zu legen.

Als Motivation wird der Klasse ein Foto auf die Wand projiziert. Die dazugehörige Problemstellung lautet:

*Max macht sein Betriebspraktikum in einer Gärtnerei. Er hat von seinem Chef den Auftrag bekommen, die Grünfläche der Kreuzung so mit Bäumen zu bestücken, dass sie zu jeder Straße den gleichen Abstand haben.*

*(Zeichnung den Foto nachempfunden)*



Die Schülerinnen und Schüler sind dazu angehalten, Vorschläge zu machen, wo die Bäume eingepflanzt werden müssen. Hierbei soll die Klasse Lösungsansätze durch mathematisches Modellieren erarbeiten. Durch einen leichten Knick in einem der beiden Wege erkennen die Achtklässlerinnen und Achtklässler anfangs nicht, dass es sich bei dem vorgegebenen Bild um zwei Geraden handeln soll.

Nach weiteren Erklärungen der Lehrkraft werden erste Lösungsvorschläge von Seiten der Schülerinnen und Schüler eingebracht.

Im Anschluss daran sollen die Tabletgruppen mittels eines Arbeitsblattes die Definition der Winkelhalbierenden selbstständig erarbeiten.

***TABLET-Phase I***

1. *Konstruiere zwei Geraden g und h und deren Schnittpunkt (A).*
2. *Konstruiere einen beliebigen Punkt B.*
3. *Konstruiere die Abstände von B zu g und h und messe sie.*
4. *Verschiebe B so, dass die **Abstände gleich** sind.*
5. *Stelle für B den Spurmodus ein und verschiebe B. Achte dabei darauf, dass der **Abstand zu g und h gleich bleibt**.*

Beschreibe deine Beobachtungen:

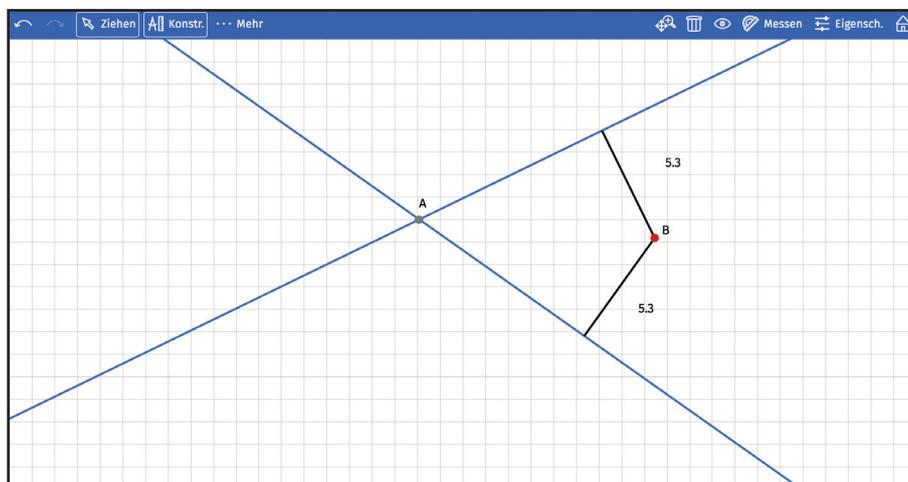
---



---

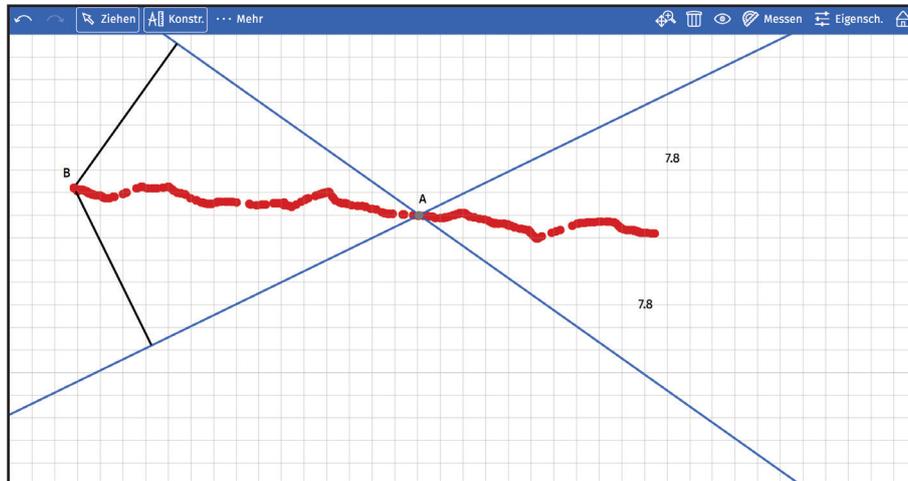
Auf welcher Ortslinie liegen diese Punkte? \_\_\_\_\_

Die ersten vier Schritte fallen der Klasse leicht, da ähnliche Aufgaben schon in den vorherigen Unterrichtsstunden am Tablet bearbeitet wurden.



Die Arbeitsanweisung „Stelle für B den Spurmodus ein und verschiebe B. Achte dabei darauf, dass der Abstand zu g und h gleich bleibt“ sorgt allerdings bei den meisten Lernenden für Probleme. Einige wissen beispielsweise nicht, wie der Spurmodus eingeschaltet wird. Darüber hinaus haben die Schülerinnen und Schüler Schwierigkeiten, den Punkt B am Tablet so zu verschieben, dass die Abstände zu den Geraden genau gleich sind.

Dies kann an dem folgenden Screenshot veranschaulicht werden:



Nach eigener Einschätzung kann diese Aufgabe lediglich mit der Kenntnis, dass die Lösung eine Gerade durch A ist, bei welcher der Winkel halbiert wird, sinnvoll gelöst werden. Dieses Wissen wird jedoch erst in dieser Unterrichtsstunde erarbeitet.

## Vorwegnahme des Ergebnisses

Da durch die Ungenauigkeit der Ziehfunktion die Klasse nicht zu der Erkenntnis kommt, dass alle Punkte auf einer Geraden liegen, greift die Lehrkraft in den Entdeckungsprozess ein und gibt das Ergebnis vor.

In der zweiten Tablet-Phase sollen die Schülerinnen und Schüler durch Messen der Winkel entdecken, dass es sich bei der Gerade aus dem ersten Teil der Stunde um die Winkelhalbierende handelt. Dafür wird folgende Aufgabenstellung vorgegeben.

**TABLET-Phase 2**

Mach ein neues Bild auf!

1. *Konstruiere zwei Geraden g und h und deren Schnittpunkt (A).*
2. *Konstruiere einen beliebigen Punkt B.*
3. *Konstruiere die Abstände von B zu g und h.*
4. *Verschiebe B so, dass die **Abstände gleich** sind.*
5. *Konstruiere die Gerade AB.*
6. *Konstruiere die Winkel, die durch die neue Ortslinie entstehen.*
7. *Mess die Winkel.*



Beschreibe deine Beobachtungen:

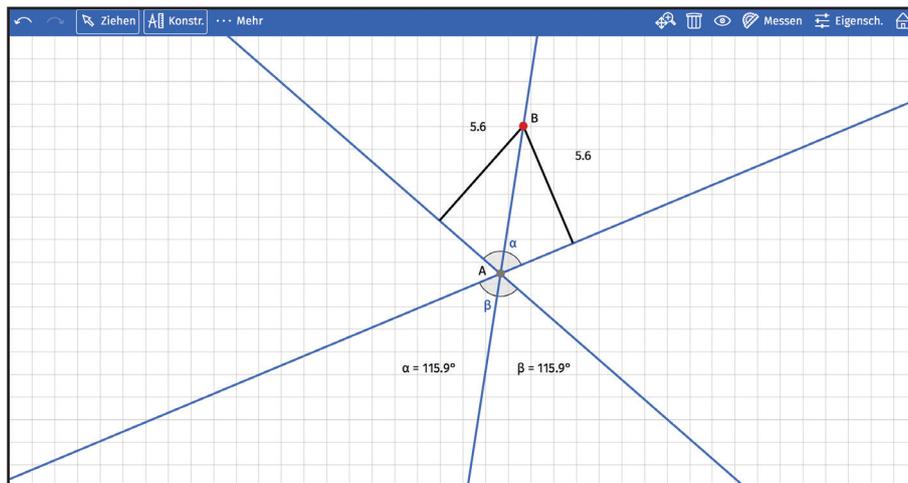
---



---

Wie nennt man die Gerade AB?

Wie auch in der ersten Phase können die Lernenden die ersten vier Arbeitsschritte selbstständig und schnell lösen, auch der Punkt 5 (Konstruiere die Gerade AB) stellt niemanden vor größere Probleme. Bei Aufgabe 6 treten allerdings Verständnisschwierigkeiten auf. So weiß ein Teil der Klasse nicht, welche Winkel konstruiert werden sollen. Die wenigen Schülerinnen und Schüler, die die Aufgaben 6 und 7 bearbeiten, wundern sich über die erhaltenen ungleichen Winkel. Dieser vermeintliche Fehler tritt auf, weil B nicht durch Konstruktion, sondern lediglich durch Messen des Abstandes mit einer Nachkommastelle entstanden ist. Der erhoffte „AHA-Effekt“ bleibt damit aus.



Die Aufgaben 6 und 7 können zudem nicht mehr von allen Schülerinnen und Schülern in der zur Verfügung stehenden Zeit bearbeitet werden. Die Lehrkraft bricht die zweite Tabletphase vorzeitig ab, um der Klasse zum Stundenschluss noch eine Definition ins Heft diktieren zu können.

## Fazit

Der Einsatz von sketchometry bietet durch die Interaktionsmöglichkeiten Vorteile im Vergleich zur Arbeit an der Tafel oder im Schulheft. Dennoch kann es natürlich passieren, dass die Schülerinnen und Schüler die erhofften Entdeckungen nicht machen bzw. nicht auf die „geplanten“ Erkenntnisse kommen.



<http://sketchometry.org>



sketchometry