



sketchometry

Herausgeber

Universität Bayreuth

Forschungsstelle für Mobiles Lernen mit digitalen Medien
sketchometry

Universitätsstraße 30

95447 Bayreuth

Internet

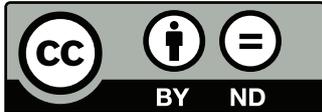
<http://heftreihe.sketchometry.org>



Lizenz

Diese Publikation ist unter folgender Lizenz erschienen:

<http://creativecommons.org/licenses/by-nd/4.0/>



Titel

sketchometry

Heft

7

Der Inkreis – Ein Unterrichtsversuch

Autor

Markus Baltrock

Universität Bayreuth

Bayreuth

Überarbeitung

Carolin Gehring

Universität Bayreuth

Bayreuth

Erscheinungsjahr

2015

ISSN

2364-5520

Vorwort

Seit mehr als 20 Jahren gehören Konzepte zum Einsatz digitaler Medien im Mathematikunterricht zu den Forschungsschwerpunkten des Lehrstuhls für Mathematik und ihre Didaktik. Es geht dabei vor allem um die Entwicklung dynamischer Mathematiksoftware und um die Erprobung zugehöriger Unterrichtskonzepte. Erfolgreiche Projekte sind die Softwareprodukte GEONET (1995–1999) und GEONEX_T (1999–2013), die Grafikbibliothek JSXGraph (seit 2007) sowie die innovative gestengesteuerte Software sketchometry (seit 2011). All diese Aktivitäten werden seit 2013 durch die Forschungsstelle *Mobiles Lernen mit digitalen Medien* der Universität Bayreuth gebündelt.

Modellversuch

In einem Modellversuch erproben Lehrkräfte den Einsatz von sketchometry an zwei Bayreuther Schulen. Die Forschungsstelle Mobiles Lernen mit digitalen Medien stellt dazu zwei Klassensätze Tablets und die zugehörige Infrastruktur zur Verfügung. Mitglieder der Forschungsstelle unterstützen die beteiligten Lehrkräfte sowohl inhaltlich als auch technisch. Zudem findet eine begleitende Evaluation statt.

Am Markgräfin-Wilhelmine-Gymnasium wird bereits seit Frühjahr 2013 im Geometrieunterricht der Jahrgangsstufe 7 regelmäßig mit sketchometry gearbeitet. Die Schule wurde dafür mit 15 Tablets (Apple iPad, 4. Generation) ausgestattet. Zwei Schülerinnen und Schüler „teilen“ sich jeweils ein Tablet. Darüber hinaus haben sie die Möglichkeit, ihre Bildschirminhalte drahtlos an einen Projektor zu übertragen. Im Klassenzimmer steht zudem eine elektronische Tafel mit einem Computer bereit.

An der Johannes-Kepler-Realschule werden seit Anfang 2015 Tablets (insgesamt 20 Geräte, Samsung Galaxy Tab 4) mit sketchometry in siebten, achten und neunten Klassen im Geometrieunterricht eingesetzt. Auch hier arbeiten je zwei Schülerinnen bzw. Schüler zusammen an einem Tablet. Die Bildschirminhalte können ebenfalls drahtlos zu einem Projektor übertragen werden. Damit sind sowohl die Lehrkräfte als auch die Schülergruppen in der Lage, ihre Ergebnisse der gesamten Klasse zu präsentieren.

Die Erfahrungen und Ergebnisse der Schulversuche werden unmittelbar bei der Weiterentwicklung der Software, der Konzepte für den Unterrichtseinsatz sowie bei der Erstellung von Unterrichtsmaterialien berücksichtigt.



Unterrichtsbeobachtungen

Die Mitglieder des sketchometry-Teams besuchen regelmäßig die Klassen des Modellversuchs, um den Einsatz von sketchometry live mitzuerleben.

Darüber hinaus hatten Studierende im Rahmen eines Seminars (Lehramtsausbildung im Fach Mathematik an der Universität Bayreuth) die Gelegenheit, Geometriestunden mit Tableteinsatz an den beiden Bayreuther Schulen zu erleben. Aus diesen Beobachtungen entstanden Unterrichtsprotokolle, die einen Einblick in die Arbeit der Schülerinnen und Schüler mit sketchometry gewähren.

Praxisbericht

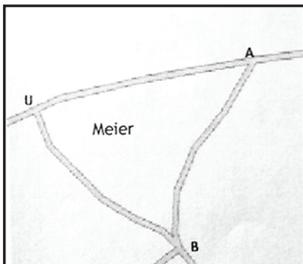
Der folgende Praxisbericht gibt einen Einblick in eine Geometriestunde mit sketchometry in einer achten Klasse der Johannes-Kepler-Realschule in Bayreuth.

Der Inkreis

Ein Unterrichtsversuch

In einer achten Klasse wird das Thema „Inkreis“ in einer 45-minütigen Unterrichtsstunde behandelt. Die vorliegende Unterrichtseinheit wird von einer Studentin, in Anwesenheit der Klassenleitung, gestaltet. Nach einer kurzen Vorstellung werden die Schülerinnen und Schüler über den Tageslichtprojektor mit folgender Problemstellung konfrontiert:

Problemstellung

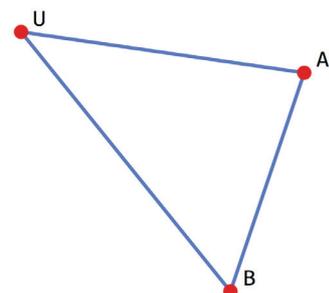


Frau Meier möchte in ihr neu erworbenes Grundstück einen Baum pflanzen. Die Nachbarn sehen das allerdings ungern – keiner möchte den Baum in der Nähe seines Grundstückes haben. Nach etlichen Diskussionen beschließt Frau Meier, ihr Baum solle zu jedem Grundstück den gleichen Abstand haben.

Die Lernenden werden dazu aufgefordert, Frau Meier zu helfen, indem sie einen entsprechenden Standort für den Baum ausfindig machen.

Im Unterrichtsgespräch entwickeln die Achtklässlerinnen und Achtklässler die Idee, die Grundstücksform zu einem Dreieck zu vereinfachen. Die Lehrkraft fordert daraufhin die Klasse auf, die Tablets zu holen und in Partnerarbeit mithilfe von sketchometry das oben genannte Problem zu lösen.

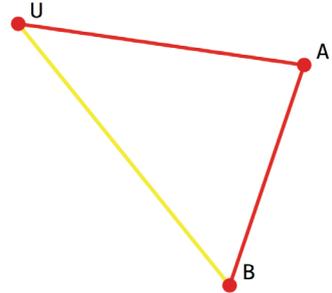
Das mathematische Modell dazu sieht wie folgt aus:



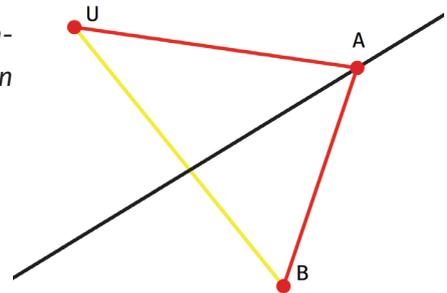
sketchometry

Um die Schülerinnen und Schüler in die richtige Richtung zu lenken, werden von der Lehrperson nach und nach Tipps gegeben:

- ▶ *Konzentriere dich zunächst nur auf zwei Grundstücksgrenzen.*

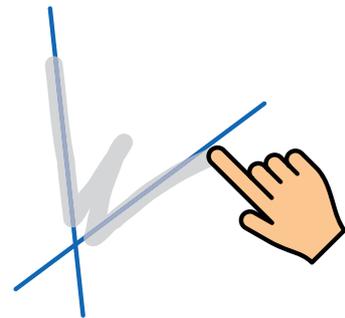


- ▶ *Rufe dir die in den vorhergegangenen Stunden behandelten verschiedenen Ortslinien mit ihren Eigenschaften in Erinnerung.*

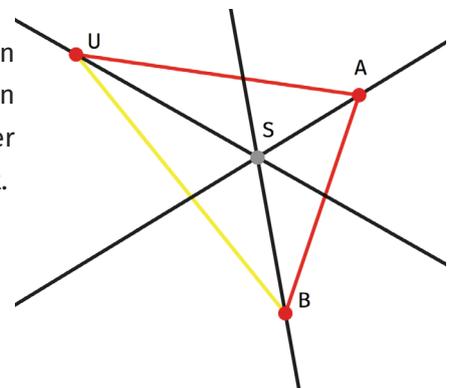


Hilfestellung

An dieser Stelle haben einige Schülerinnen und Schüler Probleme, eine geeignete Ortslinie zu finden. Die Lehrkraft bespricht die Lösung der Winkelhalbierenden daher kurz im Plenum und geht in diesem Zusammenhang auch auf deren Geste in sketchometry ein. Ein Schüler verbindet sein Tablet mit dem Projektor, sodass er der Klasse sein bisheriges Ergebnis und die dafür notwendigen Konstruktionsschritte demonstrieren kann.



Daraufhin konstruieren die Lernenden ohne Schwierigkeiten alle drei Winkelhalbierenden und erkennen, dass sich diese in einem Punkt schneiden. Dieser Schnittpunkt wird als optimaler Standort für den Baum aus der Aufgabenstellung identifiziert.

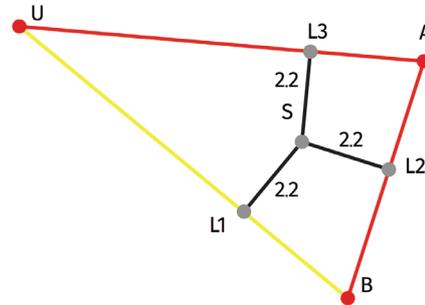


In einem weiteren Arbeitsschritt sollen die Schülerinnen und Schüler nun zeigen, dass der Punkt S dem gesuchten Punkt entspricht und von allen Seiten gleich weit entfernt ist.

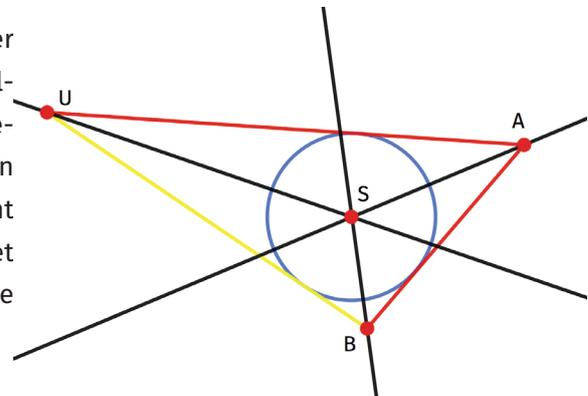
Lösungsideen

Hierzu gibt es innerhalb der Klasse zwei verschiedene Lösungsansätze:

1. Einige Lernende fällen das Lot von S zu den jeweiligen Seiten und messen deren Längen. Um die Konstruktion übersichtlicher zu gestalten, nutzen sie die Funktion *Objekte unsichtbar zu machen* und blenden die Winkelhalbierenden aus. Alle drei Lotstrecken sind gleich lang.



2. Ein paar andere Schülerinnen und Schüler nutzen die Eigenschaften des Kreismittelpunktes aus. Sie konstruieren einen beliebigen Kreis und passen ihn so an, dass er in das Dreieck passt. Das ist zwar noch nicht die gewünschte Konstruktionsweise, bildet jedoch eine gute Ausgangsbasis für weitere Diskussionen.



Nach der etwa zwanzigminütigen Erarbeitungsphase am Tablet werden die zwei unterschiedlichen Ergebnisse der Reihe nach für alle sichtbar über den Projektor präsentiert. Bei Lösungsvariante 2 wird nachgehakt und nach einer Konstruktionsmöglichkeit des Kreises gefragt. Ein Schüler bemerkt, dass der Schnittpunkt der Winkelhalbierenden zugleich der Mittelpunkt des Kreises mit Radius gleich Länge der Lotstrecke sei.

Der Teil der Klasse mit Lösungsvariante 2 ergänzt die bisherige sketchometry-Konstruktion durch die Konstruktion des Inkreises. Die Verbindung zum Projektor bleibt währenddessen bestehen, sodass alle Schülerinnen und Schüler die Konstruktion verfolgen können.

Sicherung

Nach der Erarbeitungsphase mithilfe von sketchometry wird das Ergebnis konventionell gesichert. Die Tablets werden hierzu mit dem Bildschirm nach unten weggelegt. Der Begriff des Inkreises fällt bereits in der Erarbeitungsphase, da die Achtklässlerinnen und Achtklässler wenige Stunden zuvor den Umkreis kennen gelernt hatten.



Die Lehrkraft projiziert mit der Dokumentenkamera ein Arbeitsblatt, das ein Dreieck mit zwei eingezeichneten Winkelhalbierenden zeigt, an die Wand. In einem Lehrer-Schüler-Gespräch wird besprochen, dass die Konstruktion zweier Winkelhalbierenden ausreicht, da deren Schnittpunkt bereits eindeutig sei. Es folgt eine Konstruktion des Inkreises mitsamt Beschreibung, die die Lernenden in ihr Heft übertragen.

Zur Sicherung der Eigenschaften des Inkreises wird nachfolgender Merksatz als Lückentext ausgeteilt. Die Schülerinnen und Schüler füllen die Lücken in Partnerarbeit aus und gleichen diese anschließend im Plenum ab.

Merke: 

In einem Dreieck schneiden sich die Winkelhalb. der Innenwinkel
des Dreiecks in genau einem Punkt,
 dem Inkreismittelpunkt M_i .
 Er hat von allen Dreiecksseiten denselbe Entfernung
 (= Inkreisradius r_i).

Lage des Inkreismittelpunktes:
 Der Mittelpunkt des Inkreises liegt immer innerhalb des Dreiecks.

Übung

Zur Festigung des neuen Stoffes fängt die Klasse am Ende der Unterrichtsstunde mit der Bearbeitung weiterer Aufgaben eines Arbeitsblattes an, die als Hausaufgabe fertig gelöst werden sollen.

- ▶ *Konstruiere den Inkreismittelpunkt M_i , zeichne den Inkreis und bestimme die Länge des Radius r_i , A (-3|0), B (6|-3), C (3|4).*
- ▶ *Altstadt liegt 7,5 km von Buchendorf entfernt, Buchendorf wiederum 11 km von Cronheim. Von der Dorfmitte aus gemessen sind es von Cronheim nach Altstadt 6 km. Die Dörfer werden durch drei gradlinige Straßen miteinander verbunden. Für die drei Dörfer soll nun ein Standort für den Postkasten gefunden werden. Dabei soll gelten, dass der Postkasten gleich weit von allen Straßen entfernt ist, die die Dörfer miteinander verbinden. Wie lang ist diese Strecke?*

Beobachtungen und Fazit

Die Vorteile, die sketchometry bietet, waren in dieser Unterrichtsstunde offensichtlich. Der Einsatz im Unterricht ist sehr flexibel. Da die Tablets nahezu sofort einsatzbereit sind, geht hier keine wertvolle Unterrichtszeit verloren. Normalerweise wäre der Einsatz dynamischer Mathematiksoftware deutlich zeitintensiver, da in der Regel erst in den Computerraum gewechselt werden müsste.



Vorab gilt es jedoch die technischen Rahmenbedingung dafür zu schaffen – eine Hürde, weshalb eine solche Software leider nur selten zum Einsatz kommt. Hierdurch geht ein großes Potential verloren. Die Begeisterung am Unterricht aktiv teilnehmen zu können, war seitens der Schülerinnen und Schüler viel größer, als ich es von anderen Unterrichtsstunden im Fach Mathematik kenne. Da dies eine Momentaufnahme war, entspricht die höher bewertete Schülermotivation lediglich meiner subjektiven Wahrnehmung.

In der Erarbeitungsphase war eine rege Diskussionsbereitschaft seitens der Lernenden zu beobachten. Sie probierten verschiedenste potentielle Lösungswege. Führte einer dieser Wege nicht zum erhofften Ergebnis, war es mit dem Programm jederzeit möglich, einzelne Schritte rückgängig zu machen. Die Präsentation der Ergebnisse und einzelner Zwischenschritte war durch die drahtlose Übertragung an den Projektor eine echte Bereicherung. Beinahe jede Gruppe wollte ihre Ergebnisse präsentieren. Hierbei könnte zum einen die Technik als solche faszinieren und motivieren, oder zum anderen der Aspekt, dass die Schülerinnen und Schüler nicht mehr vor die Klasse treten müssen.

<http://sketchometry.org>



sketchometry