



# sketchometry

## Herausgeber

Universität Bayreuth

Forschungsstelle für Mobiles Lernen mit digitalen Medien  
sketchometry

Universitätsstraße 30

95447 Bayreuth

## Internet

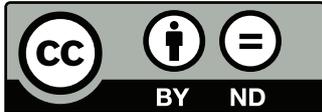
<http://heftreihe.sketchometry.org>



## Lizenz

Diese Publikation ist unter folgender Lizenz erschienen:

<http://creativecommons.org/licenses/by-nd/4.0/>



## Titel

sketchometry

## Heft

12

Digitale Medien im Mathematikunterricht –  
Konstruieren. Erkunden. Verstehen.

## Autor

Peter Baptist

Forschungsstelle für Mobiles Lernen mit digitalen Medien  
Universität Bayreuth

## Erscheinungsjahr

2019

## ISSN

2364-5520



## Einstieg in das Lehren und Lernen mit digitalen Medien erleichtern

Digitale Medien können dazu beitragen, das Lehren und Lernen zu verbessern. Sie sollen aber nur dann zum Einsatz kommen, wenn sie einen Mehrwert zum bisherigen Unterricht bieten. Folgende Szenarien sind denkbar: Inhalte lassen sich durch dynamische Veränderungen klarer veranschaulichen, komplexe Sachverhalte eingängiger vermitteln. Lernen kann zudem unabhängig von Ort und Zeit stattfinden, Lernprozesse lassen sich individualisieren.

Technik affine Lehrkräfte kümmern sich in der Regel selbst um geeignete Software, sie greifen Anregungen bereitwillig auf, um ihren Unterricht motivierender und effizienter zu gestalten. Wenn wir aber eine Änderung in der Breite wollen, dann müssen wir möglichst viele Lehrkräfte von den Vorteilen digitaler Medien überzeugen. Das Festhalten an der – in den Augen der Lehrkraft – bewährten Vorgehensweise hat oftmals auch mit der fehlenden Kompetenz im Umgang mit digitalen Medien zu tun. Denn deren Einbeziehen bedeutet nicht nur ein neues Werkzeug, sondern auch eine veränderte Vorgehensweise, um die neuen Möglichkeiten sinnvoll ausnutzen zu können.

Wie lässt sich der Übergang von einem traditionellen Unterrichtsskript zu einem Unterrichten mit digitalen Medien realisieren?

Man kann nicht erwarten, dass Lehrkräfte ihren Unterricht von heute auf morgen komplett umstellen. Voraussetzung für einen erfolgreichen Einstieg in das Lehren und Lernen mit Tablets und Smartphones ist ein problemloses Einbinden der veränderten Vorgehensweise in das vorhandene Unterrichtsskript. Hier erweisen sich sketchometry-Arbeitsblätter als geeignetes Instrument für einen allmählichen und niederschweligen Übergang zum Lernen mit digitalen Medien. Einzelne Arbeitsblätter ersetzen zunächst herkömmliche Konstruktionen bzw. Aufgaben. Mit zunehmender Erfahrung geschieht dies immer öfter. Dadurch verändert sich automatisch das methodische Vorgehen. Die Lernenden arbeiten selbständiger, sie experimentieren, beobachten und machen sich Notizen. Die Aufgabenstellungen und Anweisungen sind anfangs kleinschrittig und detailliert. Mit zunehmender Vertrautheit im eigenständigen Arbeiten können sie offener formuliert werden. Lernvideos bieten sich als Ergänzung zu den einzelnen Arbeitsblättern an. Die Lehrenden übernehmen eine unterstützende Begleitung der individuellen Lernprozesse.



## Experimentelle Mathematik mit sketchometry

Um Schule von einem Ort des Belehrens zu einem Ort des Lernens zu machen, schlagen wir ein gemäßigt konstruktivistisches Vorgehen im Unterricht vor. Die entsprechende Leitidee formulierte der amerikanische Mathematiker Paul Halmos (1916–2006) sehr griffig: „Don’t preach facts, stimulate acts.“

Was heißt das für das Unterrichten mit der gestenbasierten Software sketchometry? Die Schülerinnen und Schüler sollen angeregt werden, aktiv zu sein. Sie konstruieren gemäß einer Anleitung mit sketchometry. Anschließend nutzen sie die dynamischen Möglichkeiten der Software, um an ihrer selbst erstellten Konstruktion bestimmte Eigenschaften oder Beziehungen zu entdecken. Dabei werden sie aufgefordert

- ▶ zu beobachten,
- ▶ zu erkunden,
- ▶ zu dokumentieren
- ▶ zu vermuten.

Bei dieser Vorgehensweise entpuppt sich die Mathematik als experimentelles Fach. Die Schülerinnen und Schüler bekommen keine fertigen Ergebnisse präsentiert, sondern werden angeleitet, selbst auf Entdeckungsreise zu gehen.

Allerdings besteht ein wesentlicher Unterschied zu den Experimenten in den naturwissenschaftlichen Fächern, bei denen die Ergebnisse durch Beobachtungen verifiziert werden. In der Mathematik dagegen lassen sich die Entdeckungen und Vermutungen durch logisches Denken begründen bzw. widerlegen. Das Beweisen gehört zum Wesen der Mathematik und darf keinesfalls im Unterricht vernachlässigt werden. Auch wenn durch ständig verbesserte Software das Erkunden von Ideen und das Testen von Vermutungen erleichtert werden, eine endgültige Bestätigung erfolgt erst durch eine entsprechende logische Argumentationskette. Daher ergänzen wir obige Liste um diesen mathematikspezifischen Aspekt und fordern die Schülerinnen und Schüler zusätzlich auf, ihre Entdeckungen bzw. Vermutungen

- ▶ zu begründen.

Da bei der beschriebenen Vorgehensweise die Schülerinnen und Schüler ihre selbst gefundenen Ergebnisse verifizieren sollen, wird das Begründen weniger als zusätzliche Belastung sondern eher als Bestätigung der eigenen Bemühungen angesehen und daher mit der notwendigen Sorgfalt durchgeführt.

## Mathematik verstehen mit dem Zeigefinger

Kinder nehmen im Anfangsunterricht beim Addieren und Subtrahieren von Zahlen gerne ihre Finger zu Hilfe. Auch das Abzählen von Mengen wird unter Verwendung eines Fingers erleichtert. Um kein Element zu vergessen, deuten Kinder mit dem Zeigefinger auf die einzelnen Objekte. Aber die Fingertechnik bietet weitere Vorteile. In den letzten Jahren haben australische Wissenschaftler in mehreren Studien nachgewiesen, dass das Nachzeichnen von Figuren mit dem Zeigefinger beim Lösen mathematischer Probleme helfen kann.

So fiel Schulkindern aus Sydney im Alter zwischen neun und dreizehn Jahren das Lösen von Aufgaben leichter, wenn sie diese nicht nur lesen, sondern von den Lehrkräften angehalten werden, geeignete Teile, wie z. B. Winkel an Geradenkreuzungen, mit dem Zeigefinger nachzufahren. Die Ergebnisse der Forschergruppe um Paul Ginns (Universität Sydney) legen nahe, dass das Lernen von Mathematik verbessert werden kann, wenn der Lernprozess durch Elemente zum Nachverfolgen mit dem Finger ergänzt wird. "Our findings have a range of implications for teachers and students alike. They show maths learning by young students may be enhanced substantially with the simple addition of instructions to finger-trace elements of maths problems," stellt Paul Ginns fest.

Die Forscher gehen davon aus, dass das Deuten mit dem Finger bzw. das Nachzeichnen der Winkel eines Dreiecks mit dem Zeigefinger die Aufmerksamkeit erhöht und somit dieser Information im Gehirn eine Verarbeitungspriorität eingeräumt wird. Das Nachfahren mit dem Finger könne zudem die Belastung des Arbeitsgedächtnisses reduzieren und die Fähigkeit verbessern, komplexere Informationen besser zu behalten, da neben der visuellen Wahrnehmung weitere Gehirnregionen aktiviert werden. "At the classroom level, teachers can assist students to learn new mathematical content by giving instructions to 'trace over' the important elements of worked examples that already appear in mathematics textbooks or worksheets. This simple, zero-cost teaching approach can enhance the effectiveness of mathematics instruction across multiple areas of the subject," schreibt Paul Ginns. Zudem vermutet er aufgrund einer Studie mit Medizinstudierenden, dass auch Erwachsene nachhaltiger und verständnisvoller lernen, wenn der Lehrstoff nicht nur visuell und akustisch angeboten, sondern auch durch eine Reihe von Gesten unterstützt wird.

Das „Lernen mit dem Finger“ hat bereits Maria Montessori (1870–1952) Anfang des 20. Jahrhunderts propagiert. Zum Lernen des Alphabets verwendete sie Buchstaben aus Schmirgelpapier. Die Kinder hören die Buchstaben, die der Lehrer vorspricht, sie betrachten gleichzeitig deren Aussehen und fahren die Buchstaben mit dem Zeigefinger nach. Für die Effizienz dieser Vorgehensweise hatte man damals keine Nachweise, man verließ sich einfach auf die Intuition. Erst spätere Studien belegten, dass das Nachzeichnen mit dem Finger beim Erkennen von Buchstaben und geometrischen Formen hilfreich ist.



Die Ergebnisse der australischen Forscher legen nahe, dass die positiven Lerneffekte durch das Nachzeichnen mit dem Zeigefinger auch für das Arbeiten mit der Software sketchometry zutreffen. Denn Gesten ersetzen bei sketchometry die sonst üblichen Werkzeuge dynamischer Geometriesoftware. Mit dem Finger zeichnen Schülerinnen und Schüler Figuren, die automatisch in eine akkurate Darstellung umgewandelt werden.

## Literatur

- ▶ Fang-Tzu Hu, Paul Ginns, Janette Bobis. Getting the point: Tracing worked examples enhances learning. *Learning and Instruction*, vol. 35, pp. 85 – 93, 2015; DOI: 10.1016/j.learninstruc.2014.10.002
- ▶ Paul Ginns, Fang-Tzu Hu, Erin Byrne, Janette Bobis. Learning By Tracing Worked Examples. *Applied Cognitive Psychology*, vol. 30, pp. 160 – 169, 2016; DOI: 10.1002/acp.3171
- ▶ Lucy Macken, Paul Ginns: Pointing and tracing gestures may enhance anatomy and physiology learning. *Medical Teacher*, vol. 36, issue 7, pp. 596 – 601, 2014



## Was bewirkt innovatives Lehren und Lernen?

In den vergangenen Jahrzehnten gab es eine Vielzahl von Vorschlägen zur Steigerung der Effizienz des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts. In zahlreichen internationalen und nationalen Projekten wurden innovative Lehr- und Lernmethoden propagiert und erprobt; und zwar:

- ▶ Forschend – entdeckendes Lernen,
- ▶ Einsatz digitaler Medien mit geeigneter Software,
- ▶ Lernen im Kontext,
- ▶ kooperatives Lernen,
- ▶ Einbeziehen außerschulischer Lernorte.

Ziel aller dieser Bemühungen war und ist es, Schülerinnen und Schüler mehr für die sog. MINT-Fächern zu interessieren, um sie besser auf ihr künftiges berufliches und privates Leben vorzubereiten, das immer stärker von Informations- und Kommunikationstechnologien, Naturwissenschaften sowie Technik geprägt sein wird.

Es bleibt nun die Frage: Haben sich diese Anstrengungen gelohnt? Haben die genannten Methoden neben einer deutlich sichtbaren Veränderung des Lehrens und Lernens auch einen positiven Einfluss auf die Einstellung der Lernenden zum Fach bewirkt und vor allem, wurden letztendlich auch bessere Leistungen erzielt?

Zu den einzelnen Projekten gibt es zwar jeweils spezielle Untersuchungen, aber lassen sich daraus allgemein gültige Aussagen ableiten? Wissenschaftler der Universität Utrecht werteten im Rahmen einer Metaanalyse 56 Veröffentlichungen aus den Jahren 1988 bis 2014 aus. Dabei stellten sie bei der Einstellung der Lernenden zum Fach und insbesondere bei deren Leistungen eine Verbesserung aufgrund der innovativen

Lehrmethoden fest, u. zw. bei jeder der o.g. Methoden. Signifikante Unterschiede zwischen den einzelnen Vorgehensweisen lassen sich somit nicht feststellen. Für einen effizienten und nachhaltigen Unterricht heißt dies, dass die Lehrperson jeweils die Unterrichtsmethode auswählt, die zu dem jeweiligen Lernziel und dem eigenen Unterrichtsstil am besten passt.

Mit sketchometry-Arbeitsblättern lassen sich forschend-entdeckendes Lernen, Lernen im Kontext, kooperatives Lernen sowie Software-Einsatz im Unterricht realisieren. Daher ist diese Untersuchung auch ein Beleg dafür, dass sich das Unterrichten mit sketchometry-Arbeitsblättern positiv auf das Lehren und Lernen von Geometrie auswirkt.



## Literatur

- ▶ Elwin R. Savelsbergh, Gjalt T. Prins et al. : Effects of innovative science and mathematics teaching on student attitudes and achievement: A meta-analytic study. Educational Research Review 19 (2016), 158-172.

## Kontakt mit dem Autor

Prof. Dr. Peter Baptist

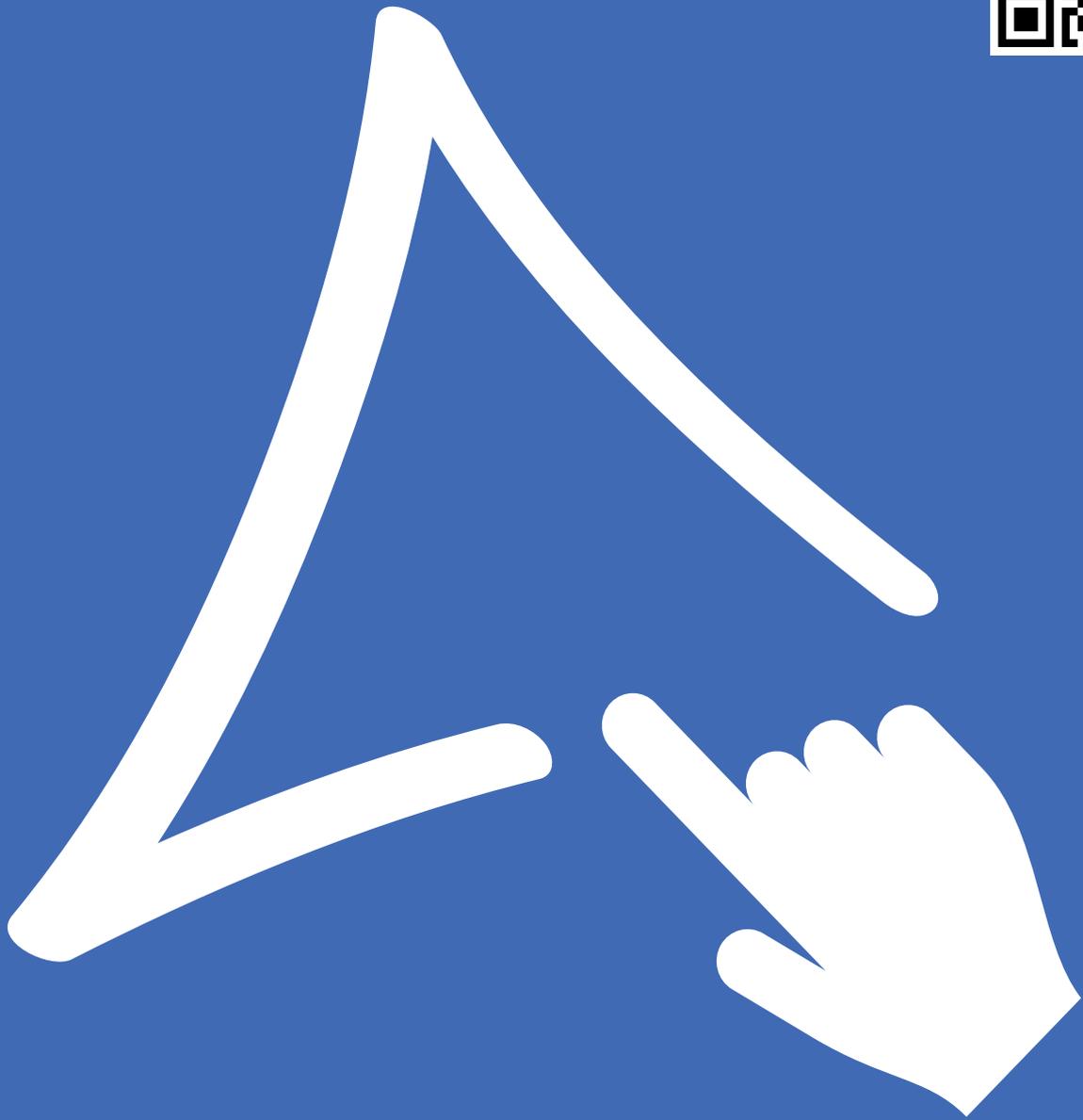
[peter.baptist@uni-bayreuth.de](mailto:peter.baptist@uni-bayreuth.de)

Universität Bayreuth

Forschungsstelle für Mobiles Lernen mit digitalen Medien

95440 Bayreuth

<http://sketchometry.org>



sketchometry